

Laboratory Investigation of Scour Hole Location Downstream of Dams and its Prediction Using Data Mining Methods

A. Taheri Aghdam^{1*}, A. Nadiri², J. Shiri³

1, 3- Ph.D. Student and Associate Professor, Department of Water Engineering, Tabriz University, Iran. 2- Associate Professor, Department of Earth Sciences, Tabriz University, Iran.

*(Corresponding Author Email: : ali.taheri@tabrizu.ac.ir)

Received: 03-12-2022

Revised: 26-02-2023

Accepted: 27-02-2023

Available Online: 21-09-2023

بررسی آزمایشگاهی موقعیت تشکیل حفره آبشستگی در پایین دست سدها و پیش‌بینی آن به کمک روش‌های داده‌کاوی

علی طاهری اقدم^{۱*}، عطالله ندری^۲، جلال شیرینی^۳

۱ و ۳- به‌ترتیب دانشجوی دکتری تخصصی و دانشیار، گروه مهندسی آب، دانشگاه تبریز، ایران. ۲- دانشیار، گروه علوم زمین، دانشگاه تبریز، ایران.

*(نویسنده‌ی مسئول، E-Mail: : ali.taheri@tabrizu.ac.ir)

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۱۲/۰۷

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۹/۱۲

تاریخ انتشار: ۱۴۰۲/۰۶/۳۰

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۲/۰۸

Abstract

Various factors affect the location of the scour hole formed by the falling flow. Among these factors, we can mention the tailwater depth, the height of the falling flow, the velocity of the flow, the cross-section of the flow and the amount of air entering the flow. In the present study, the location of the formation of scour holes was investigated in the hydraulic laboratory of Tabriz University. Also, the ability of artificial neural networks (ANN) and tree models (M5P tree model) in estimating the location of scour holes downstream of dams was investigated using laboratory data and the results of these two models have been compared with the multivariate nonlinear regression method. The results showed that all three methods, the artificial neural network, the M5 tree model and regression method provide relatively accurate results in predicting the location of scour hole. RMSE value for ANN=1.75, M5=3.75 and Regression=3.89, but due to providing simple linear relationships by the M5 tree model, this method can be used as a practical method to determine the location of scour hole. The analysis of the M5 tree model showed that 4 equations with different linear equations model the pattern of changes in the location of scour hole. In addition, the analysis of the laboratory results showed that the regression equations presented in the present study compared to the common method (using projectile equations) have much less error when predicting the location of scour hole. Also, the laboratory results showed that the head passing through the structure is the most effective parameter in the formation of the scour hole.

Keywords: Scouring Hole, M5 Tree Models, Artificial Neural Networks, Falling Flow, Projectile Equation.

چکیده

عوامل مختلفی بر محل تشکیل حفره آبشستگی ایجاد شده در اثر جریان‌های ریزشی تأثیر دارند. از جمله این عوامل عمق پایاب، ارتفاع ریزش، سرعت جریان، سطح مقطع جریان ریزشی، زاویه برخورد جریان و میزان هوای ورودی به جریان می‌باشد. در تحقیق حاضر محل تشکیل حفره آبشستگی به صورت آزمایشگاهی در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه تبریز بررسی شد. همچنین توانایی شبکه‌های عصبی مصنوعی و مدل‌های درختی (مدل درختی M5P) در تخمین محل ایجاد حفره آبشستگی در پایین دست سدها با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی بررسی شده و نتایج این دو مدل با روش رگرسیونی غیر خطی چند متغیره مقایسه شد. نتایج نشان داد هر سه روش، شبکه عصبی مصنوعی، مدل درختی M5 و روش رگرسیونی نتایج نسبتاً دقیقی را در پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی ارائه می‌دهند؛ که برای مقدار RMSE، ANN=1.75، M5=3.75 و Regression=3.89 می‌باشند، ولی به دلیل ارائه روابط خطی ساده توسط مدل درختی M5، این روش می‌تواند به عنوان روشی کاربردی برای تعیین محل تشکیل حفره آبشستگی مورد استفاده قرار گیرد. تحلیل مدل درختی M5 نشان داد که ۴ رابطه با معادلات خطی متفاوت، الگوی تغییرات محل تشکیل حفره آبشستگی را مدل می‌کنند. علاوه بر این، تجزیه و تحلیل نتایج آزمایشگاهی نشان داد روابط رگرسیونی ارائه شده در تحقیق حاضر نسبت به روش رایج (استفاده از معادلات پرتابه)، خطای خیلی کمتری در هنگام پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی دارند. همچنین نتایج آزمایشگاهی نشان داد ارتفاع آب گذرنده از روی سازه موثرترین پارامتر در محل تشکیل حفره آبشستگی می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: حفره آبشستگی، مدل درختی M5، شبکه‌های عصبی مصنوعی، جریان ریزشی، معادلات پرتابه.

باتوجه به شکل (۱ب) مشاهده می‌شود محل تشکیل حفره آبستگي در پایین دست سدها، منطبق بر قسمت انتهایی مسیر جریان ریزشی می‌باشد. بنابراین برای محاسبه مختصات محل تشکیل حفره آبستگي، از معادلات پرتابه استفاده می‌شود. رابطه (۱) محل تشکیل حفره آبستگي در پایین دست سدها را نشان می‌دهد.

$$X = V_0 \times \sqrt{\frac{2 \times P}{g}} \quad (1)$$

باتوجه به رابطه (۱) محل تشکیل حفره آبستگي در پایین دست سدها در حالتی که زاویه اولیه جریان ریزشی از افق برابر صفر باشد در مختصات $(V_0 \times \sqrt{\frac{2 \times P}{g}}, -P)$ واقع می‌شود. قابل ذکر است که این مختصات به دلیل عدم لحاظ نیروی مقاومت هوا خطا دارد اما با این حال در طراحی‌ها استفاده می‌شود (USBR، ۱۹۶۰).

Pagliara و همکاران (۲۰۰۹) پدیده آبستگي را در حوضچه‌های استخر ناشی از جت‌های مدور در شرایط حضور و عدم حضور سازه محافظ آبستگي، بررسی کردند و روابطی برای تخمین محل شروع آبستگي بر حسب پارامترهای اصلی موثر بر آبستگي، از جمله عدد فرود ذرات بستر ارائه نمودند. تاکنون راهکارهای متنوعی برای مقابله با پدیده آبستگي بیان شده است. یکی از روش‌های کاهش اثرات منفی پدیده آبستگي، کاهش قدرت فرسایش جت خروجی از سرریز است. یکی از روش‌های کاهش قدرت فرسایش جت آب خروجی از سرریزهای ریزشی، استفاده از شکافنده‌ها برای هوادهی در سرریز می‌باشد. عملکرد این سیستم به گونه‌ای است که جریان عبوری از روی سرریز، با یک مانع دندان‌های شکل مواجه می‌شود. این امر سبب گسستگی جریان و در نتیجه آن افزایش ورود هوا به درون جت می‌شود. افزایش هوای داخل جت سبب افزایش سطح مقطع جت و از این رو کاهش قدرت فرسایش‌دهندگی آن می‌شود که در نتیجه آن، عمق آبستگي کاهش می‌یابد (Mason، ۱۹۸۳).

Karamigolbaghi و همکاران (۲۰۱۷) در یک پژوهش آزمایشگاهی با طراحی مجموعه‌ای از آزمایشات مختلف تلاش کردند فرسایش‌پذیری حوضچه‌های استخر را با تغییر شرایط جت‌های آب عمودی بررسی نمایند. آن‌ها دریافته‌اند تغییر در مقدار آبستگي، علاوه بر مقدار تنش برشی بحرانی بستر و ضریب فرسایش‌پذیری، به حد بسیار بالایی به شرایط جت آب وابسته است. در نتیجه آن‌ها با ثابت نگهداشتن تمامی شرایط رسوب، با تغییر در شرایط جت آب، مجموعه‌ای از آزمایشات را انجام دادند و در پایان دریافته‌اند معادلات آبستگي ارائه شده برای جت‌های مستغرق در پیش‌بینی عمق و حجم چاله آبستگي ناتوان بوده و خصوصیات جت در مقدار آبستگي بسیار موثر است.

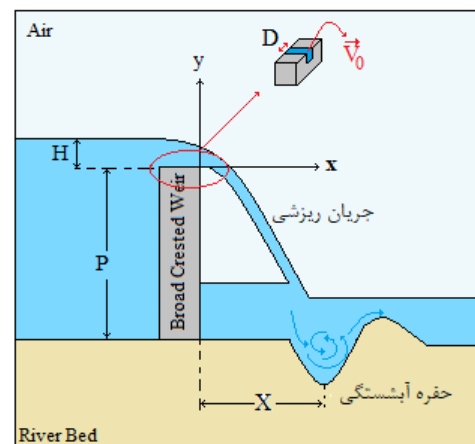
He و همکاران (۲۰۱۷) آبستگي بسترهای ماسه‌ای تحت تأثیر جت‌های عمودی آب را بررسی کردند. آن‌ها دریافته‌اند با افزایش دبی جت آب، عمق و حجم چاله آبستگي رفته رفته افزایش می‌یابد،

جریان خروجی از مخزن سدها انرژی بسیار زیادی دارد که برخورد این جریان خروجی (جت آب) با بستر، آن را دچار آبستگي می‌نماید. با آگاهی از میزان تأثیر آبستگي بر سازه‌ها و محل وقوع آن، می‌توان از وجود خرابی و مشکلات ناشی از آبستگي جلوگیری نمود. یکی از سازه‌های تسکین جریان در پایاب سرریزها، حوضچه‌های استخر می‌باشد (حسینی و همکاران، ۱۳۹۵). محل تشکیل حفره آبستگي ناشی از جریان ریزشی تابع پارامترهای متعددی می‌باشد که اطلاع کامل از این عوامل و نحوه تأثیر آن‌ها بر محل تشکیل حفره آبستگي، به طراحان در جانمایی حوضچه‌های آرامش کمک زیادی می‌نماید.

شکل (۱-الف و ب) به ترتیب شکل واقعی و مقطع شماتیک محل تشکیل حفره آبستگي در پایین دست سدها را نشان می‌دهد. در شکل (۱) هد گذرنده از روی سد، D عرض مقطع خروجی جریان ریزشی، X فاصله محل حفره آبستگي از بدنه سد، V_0 سرعت اولیه جریان پرتابی، P ارتفاع ریزش، x و y مختصات لبه پایین جریان ریزشی می‌باشند.



شکل ۱ الف- شکل واقعی محل تشکیل حفره



شکل ۱ ب- شماتیک محل تشکیل حفره آبستگي در پایین دست سدها

اما با رسیدن جریان به یک مقدار بحرانی، رفتار چاله آبشستگی تحت تأثیر تغییر در مشخصات جریان خروجی از جت آب قرار می‌گیرد. آن‌ها دریافته‌اند بعد از دبی بحرانی، مقدار آشفته‌گی جریان خروجی تغییر زیادی کرده که منجر به تغییر در روند آبشستگی پایین‌دست می‌شود.

داده‌کاوی^۲ یک رشته علمی جدید در زمینه‌های استخراج و ارزیابی اطلاعات از پایگاه داده‌ها است. مدل‌های داده‌کاوی شامل روش‌هایی از قبیل شبکه عصبی مصنوعی^۳، منطق فازی^۴، سامانه هوشمند مبتنی بر قانون^۵، استخراج تصمیم^۶، روش‌های یادگیری ماشینی^۷، خوشه‌بندی^۸ و ... می‌باشد (Sattari و همکاران، ۲۰۱۲). مدل M5 به‌عنوان یکی از روش‌های تصمیم‌گیری درختی^۹ مبتنی بر روش‌های یادگیری ماشینی و داده‌کاوی است. شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANN) نیز به‌عنوان یکی از قدیمی‌ترین روش‌های داده‌کاوی در علوم مهندسی مطرح می‌باشد. یک شبکه عصبی مصنوعی، تعدادی اجزای پردازشگر را تحت عنوان نرون‌ها و آکسون‌ها به یکدیگر متصل می‌کند (یک شبکه عصبی، از تعدادی نرون ساخته شده است. آکسون، یک کانال ارتباطی است که اطلاعات پردازش شده را از هسته نرون خارج می‌کنند). اتصال اجزا از طریق وزن‌های شبکه، مطابق با معماری شبکه عصبی مورد نظر انجام می‌شود. تحقیقات انجام یافته قدرت و تأثیر بالای این مدل‌ها را اثبات می‌کنند. از شبکه‌های عصبی مصنوعی در حوزه‌های متنوعی از فعالیت‌های بشری استفاده شده است و راهکارهایی برای مسائل مختلفی که مدت‌های طولانی بدون راه‌حل باقی‌مانده بودند توسط این روش ارائه شده است (Salmasi و همکاران، ۲۰۲۱). از جمله پژوهش‌های کار شده با روش شبکه‌های عصبی مصنوعی می‌توان به مطالعات طاهری اقدم و همکاران (۱۴۰۰) در پیش‌بینی ارتفاع آبشار در پایین‌دست سرریزهای اوجی جهت کنترل پرش هیدرولیکی، Solomatine و Xue (۲۰۰۴) در پیش‌بینی سیل، Bhattacharya و Solomatine (۲۰۰۴) در شبیه‌سازی رابطه دبی-اشل، صبا و همکاران (۱۳۹۷) در تعیین آستانه لغزش پایداری شیروانی و بهینه‌یابی حجم عملیات خاکریزی سد خاکی و در تحقیق سلماسی و همکاران (۱۴۰۱) به برآورد ضریب دبی سرریز لبه پهن مستطیلی اشاره نمود.

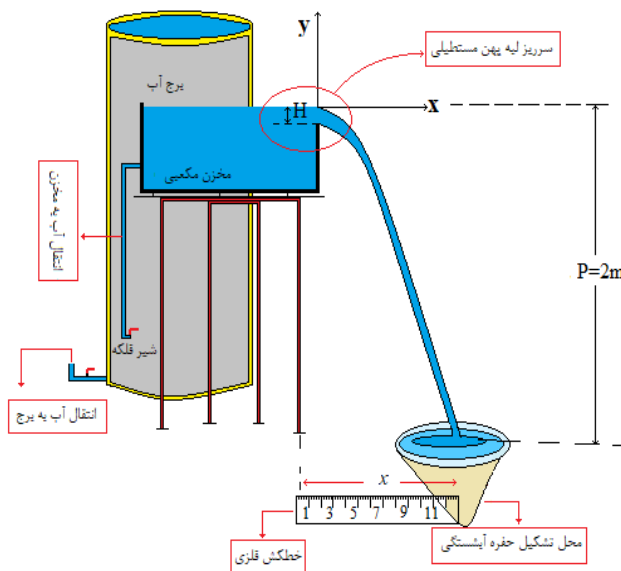
تشکیل حفره آبشستگی در پایین‌دست سازه‌های هیدرولیکی و در بستر طبیعی رودخانه‌ها، موضوع تحقیق در پژوهش‌های سال‌های اخیر نیز بوده است که خصوصیات بسیار متنوعی دارند و پیش‌بینی آن‌ها از دیدگاه هیدرولیکی و سازه‌ای بسیار با اهمیت است. مرور منابع و تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد مطالعه‌ای برای بررسی محل تشکیل حفره آبشستگی در پایین‌دست سدها به‌صورت آزمایشگاهی وجود ندارد. اکثر تحقیقات انجام شده در مورد ابعاد حفره آبشستگی و گسترش

آن در جهات مختلف می‌باشد. همچنین با مطالعه منابع گذشته جای خالی روش‌های داده‌کاوی در پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی مشاهده می‌شود. در تحقیق حاضر ضمن بررسی آزمایشگاهی محل تشکیل حفره آبشستگی در پایین‌دست سازه‌های هیدرولیکی، توانایی شبکه عصبی مصنوعی و مدل درختی M5 نیز در پیش‌بینی آن‌ها بررسی شده و نتایج این دو مدل با روش رگرسیون غیرخطی چند متغیره لجستیک قابل اعمال روی داده‌های گسسته مقایسه شده است. همچنین در تحقیق حاضر، میزان خطای معادله پرتابه (معادله ۱) در پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

مواد و روش‌ها

• مشخصات هندسی مدل فیزیکی

در پژوهش حاضر، آزمایشاتی در آزمایشگاه هیدرولیک گروه علوم و مهندسی آب دانشگاه تبریز در یک مخزن مکعبی شکل به طول ۲ متر، عرض ۱/۲ متر و ارتفاع ۱/۵ متر انجام گرفت. بر روی این مخزن یک سرریز لبه پهن مستطیلی نصب شد. همچنین در پایین‌دست آن یک فلوم شیشه‌ای فلزی برای انتقال آب به مخزن اصلی و در بالادست یک لوله انتقال آب به مخزن مکعبی شکل تعبیه شد. با تغییر پارامترهای موثر در محل تشکیل حفره آبشستگی آزمایشات انجام و داده‌های محل تشکیل حفره آبشستگی استخراج شد. در شکل (۲) شماتیک مخازن آزمایشگاهی برای اندازه‌گیری‌های محل تشکیل حفره آبشستگی نشان داده شده است.



شکل ۲- شماتیک مخازن آزمایشگاهی مورد مطالعه در تحقیق حاضر برای بررسی محل تشکیل حفره آبشستگی

$$\frac{X}{D} = f' \left(\frac{\mu}{\rho V_0 D}, \frac{P}{D}, \frac{\sigma}{\rho V_0^2 D}, \frac{Dg}{V_0^2}, \frac{H}{D} \right) \quad (5)$$

$$\frac{X}{D} = f' \left(\frac{1}{R_e}, \frac{1}{W_e}, \frac{1}{F_r^2}, \frac{H}{D}, \frac{P}{D} \right) \quad (6)$$

در رابطه (۶) R_e عدد رینولدز، W_e عدد وبر و F_r عدد فرود می‌باشند.

برای سیال معین مقادیر ρ ، g ، μ و σ معلوم و ثابت می‌باشد، از این رو ترم‌های R_e ، F_r و W_e به صورت تابعی از H می‌توان در نظر گرفت. بنابراین رابطه (۶) به فرم رابطه (۷) کاهش می‌یابد.

$$\frac{X}{D} = f \left(\frac{H}{D}, \frac{P}{D} \right) \quad (7)$$

• محاسبات رگرسیونی

بعد از انجام آزمایشات مربوط به محل تشکیل حفره آبشستگی، پارامترهای بی‌بعد ارائه شده در روابط فوق، محاسبه شدند. به دنبال آن، به منظور برآورد محل تشکیل حفره آبشستگی، معادلات رگرسیونی خطی و غیر خطی با استفاده از نرم‌افزار SPSS به دست آمد. در ادامه تحقیق حاضر، توانایی شبکه‌های عصبی مصنوعی و مدل درختی M5 با استفاده از روابط بی‌بعد بررسی شد. نتایج این محاسبات در بخش نتایج و بحث ارائه شده است. لازم به ذکر است این معادلات برای محدوده آزمایش شده (محدوده آزمایشات در جدول ۱ ارائه شده است) معتبر هستند. برای ارزیابی، توانایی و دقت در فرمول رگرسیونی در تعیین محل تشکیل حفره آبشستگی، از شاخص‌های آماری شامل ضریب تبیین (R^2) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)^{۱۱} استفاده شده است.

• شبکه‌های عصبی مصنوعی پرسپترون چند لایه (MLP)

شبکه‌های عصبی مصنوعی جز سیستم‌های دینامیکی می‌باشند که با پردازش روی داده‌های تجربی، دانش یا قانون نهفته در داخل داده‌ها را به ساختار شبکه منتقل می‌کنند. به این دلیل به این سیستم‌ها هوشمند گفته می‌شود زیرا که بر اساس محاسبات روی داده‌های مشاهداتی قوانین کلی حاکم بر پدیده‌ها را کشف نموده و بر این اساس آن‌ها پیش‌بینی‌هایی را می‌کنند. مدل‌های اساساً فیزیکی به علت سادگی اغلب توسط الگوریتم ANNs قابل مدل‌سازی می‌باشند. مدل‌های ANNs اغلب توسط توپولوژی شبکه، خواص گره‌ها و قوانین آموزش و یادگیری مشخص می‌شوند. در میان الگوهای متفاوت ANNs، شبکه‌های پیش‌خور^{۱۲} نسبت به سایر الگوها محبوبیت بیشتری دارند. ساختار شبکه شامل لایه‌هایی از امان‌های پردازشی موازی بوده که اصطلاحاً به آن نرون گفته می‌شود که در آن هر لایه توسط اتصال‌های میانی وزن‌دار به لایه پردازشی متصل می‌شود. شکل (۴) یک شبکه عصبی سه لایه شامل i و j و k با اتصال دهنده‌های میانی وزنی W_{ij} و W_{jk} بین نرون‌ها را نشان می‌دهد. در هنگام شروع آموزش شبکه، وزن‌ها دارای یک

بعد از برقراری جریان، آب از طریق سرریز لبه پهن مستطیلی به صورت آزاد سقوط می‌کند. در محل برخورد خط جریان به زمین حفره آبشستگی تشکیل می‌شود. با تغییر پارامترهای موثر بر محل تشکیل حفره آبشستگی (هد آب گذرنده از روی سرریز و عرض سرریز)، داده‌های آزمایشگاهی استخراج شد. لازم به توضیح است که دبی جریان به روش حجمی در طول آزمایشات اندازه‌گیری شد. برای اندازه‌گیری دبی جریان به این روش از یک مخزن مکعب مربعی شکل به ابعاد ۰/۵ متر استفاده شد. به صورتی که بعد از برقراری جریان از مدل، میزان آب ریخته شده به داخل مخزن مکعب مربعی شکل در یک زمان مشخص اندازه‌گیری می‌شد و مقدار دبی محاسبه می‌شد. همچنین در هر آزمایش، ارتفاع آب داخل مخزن در یک تراز نگهداشته می‌شد و هد گذرنده از داخل سرریز لبه پهن مستطیلی و همچنین محل تشکیل حفره آبشستگی برای هر آزمایش اندازه‌گیری می‌شدند.

• آنالیز ابعادی

به منظور دستیابی به اهداف این تحقیق، ابتدا پارامترهای متعددی که بیشترین تأثیر را در محل تشکیل حفره آبشستگی در جریان‌های خروجی از سرریز لبه پهن مستطیلی دارند شناخته شد و با تحلیل ابعادی رابطه کلی شامل پارامترهای بدون بعد استخراج می‌شوند. پارامترهای موثر در این تحقیق در رابطه (۲) و پارامترهای بی‌بعد در روابط بعدی ارائه شده است.

$$f(\sigma, g, \rho, \mu, \theta_0, V_0, D, P, H, X) = 0 \quad (2)$$

در معادله فوق، H هد (ارتفاع آب) گذرنده از روی سد، D عرض مقطع خروجی جریان ریزشی، V_0 سرعت اولیه جریان پرتابی و θ_0 زاویه اولیه جریان ریزشی از افق، ρ جرم مخصوص سیال، μ لزجت دینامیکی، P ارتفاع محل ریزش از سطح زمین، X فاصله محل تشکیل حفره آبشستگی از بدنه سد، g شتاب ثقل و σ کشش سطحی می‌باشد.

با انتخاب پارامترهای ρ ، V_0 و D به عنوان پارامترهای تکرارشونده، پارامترهای بدون بعد برای محل تشکیل حفره آبشستگی به شکل زیر به دست می‌آید.

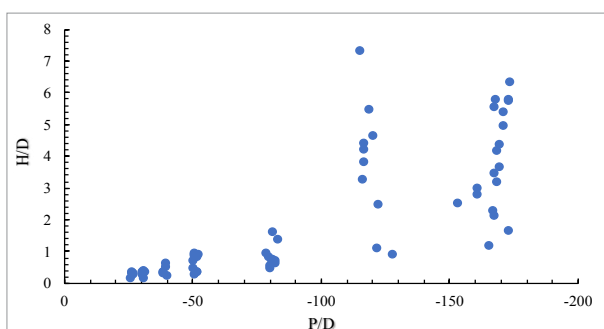
$$f' \left(\frac{\mu}{\rho V_0 D}, \frac{\sigma}{\rho V_0^2 D}, \frac{Dg}{V_0^2}, \frac{P}{D}, \frac{H}{D}, \frac{X}{D}, \theta_0 \right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{X}{D} = f' \left(\frac{\mu}{\rho V_0 D}, \frac{P}{D}, \frac{\sigma}{\rho V_0^2 D}, \frac{Dg}{V_0^2}, \frac{H}{D}, \theta_0 \right) \quad (4)$$

از آنجایی که پارامتر بدون بعد θ_0 (زاویه اولیه جت از افق) در تحقیق حاضر ثابت در نظر گرفته شده است، بنابراین با توجه به فاکتورهای متغیر در این تحقیق معادله نهایی به فرم معادله زیر ارائه می‌شود.

نتایج و بحث

در این پژوهش، ابتدا جریان خروجی از سرریز لبه پهن مستطیلی نصب شده بر روی یک مخزن در ارتفاع حدود ۲ متری به صورت آزمایشگاهی بررسی شده و سپس با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی، توانایی شبکه‌های عصبی مصنوعی و مدل‌های درختی (مدل درختی M5) در برآورد مختصات تشکیل حفره آبستگی بررسی شد. همچنین لازم به توضیح است حدود ۶۵ سری آزمایش در مطالعه حاضر انجام شد. در تحقیق حاضر، پارامتر وابسته محل تشکیل حفره آبستگی بر حسب دو پارامتر مستقل دیگر (P/D و H/D) تعریف می‌شوند. در شکل (۴) توزیع این آزمایش‌ها در فضای دو بعدی P/D و H/D مشخص شده است. در این شکل H و D هد گذرنده از روی سد، عرض مقطع خروجی جریان ریزشی و P ارتفاع ریزش می‌باشد.

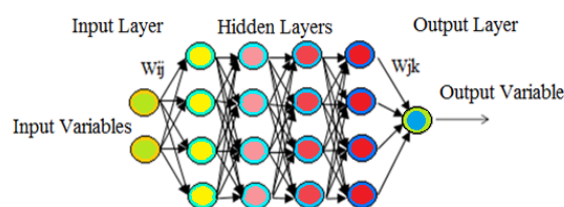


شکل ۴- توزیع داده‌های تحقیق حاضر در فضای دو بعدی P/D و H/D

• تحلیل داده‌های آزمایشگاهی

در شکل (۵- الف و ب) محدوده تغییرات محل تشکیل حفره آبستگی (در جریان ریزشی از سرریز لبه پهن مستطیلی) نسبت به H/D و همچنین نسبت به P/D با استفاده از داده‌های به دست آمده از آزمایشات تحقیق حاضر ارائه شده است. باتوجه به شکل (۵-الف) مشاهده می‌شود با افزایش نسبت H/D مقدار X/D افزایش پیدا می‌کند. به بیان دیگر برای یک عرض ثابت، با افزایش هد گذرنده از روی سد (افزایش جریان عبوری از داخل سرریز)، فاصله محل تشکیل حفره آبستگی از بدنه سد بیشتر می‌شود. همچنین باتوجه به شکل (۵-ب) مشاهده می‌شود در ارتفاع ریزش‌های کمتر، فاصله محل تشکیل حفره آبستگی از بدنه سد کم می‌باشد. لازم به توضیح است شکل (۵-ب) برای یک هد گذرنده از روی سد ثابت رسم نشده است. به همین دلیل برای یک P/D ثابت، چندین X/D مختلف وجود دارد. تغییرات محل تشکیل حفره آبستگی نسبت به P/D پراکندگی بیشتری دارد (در مقایسه با متغیر H/D) و به نظر می‌رسد علاوه بر متغیر P/D عامل

مقدار اولیه بوده که یا توسط مقادیری اتفاقی و یا توسط نتایج آزمایشگاهی پیشین، مقاداردهی می‌شوند. اساسا ایجاد ساختار مناسب شبکه در یک مسئله، توسط سه مرحله تثبیت ساختار، آموزش شبکه و کنترل شبکه انجام می‌گیرد (شریف زاک و بارانی، ۱۳۹۰). در این تحقیق برای مدل‌سازی شبکه عصبی مصنوعی از نرم‌افزار Neuro Solutions 5 با چهار لایه پنهان، هر لایه حاوی ۴ نرون و تابع فعال‌ساز ورودی Tanh و تابع انتقال خروجی Tanh Linear استفاده شده است. در شکل (۳) نمایی از ساختار کلی شبکه عصبی مصنوعی به کار گرفته شده در این تحقیق ارائه شده است.



شکل ۳- ساختار کلی شبکه عصبی مصنوعی (ANN) در تحقیق حاضر

• مدل درختی M5

مدل درختی M5 زیر مجموعه‌ای از روش‌های یادگیری ماشینی و داده‌کاوی است. داده‌کاوی به فرآیند جست‌وجو و کشف مدل‌های گوناگون، مختصرسازی‌ها و پیش‌بینی داده‌ها از مجموعه‌ای از داده‌های معلوم گفته می‌شود (کانتاردزیک، ۱۳۹۲). روش‌های داده‌کاوی برای مجموعه داده‌های بزرگ با متغیرهای زیاد ساخته شده‌اند، بنابراین با روش‌های آماری قدیمی که برای مجموعه داده‌های کوچک با متغیرهای اندک طراحی شده‌اند متفاوت هستند. روش‌های بر مبنای درخت^{۱۲} کی از تکنیک‌های داده‌کاوی است که در این روش‌ها خروجی به صورت یک مدل با سازه درختی با استفاده از داده‌های ورودی و خروجی می‌باشد. مدل M5 یک مدل درختی برای پیش‌بینی صفات عددی پیوسته است که در آن توابع رگرسیونی خطی در برگ‌های این درخت ظاهر می‌شوند (Pal، ۲۰۰۶). در سال‌های اخیر تحول قابل توجهی در مسائل طبقه‌بندی و پیش‌بینی ایجاد نموده است. نتایج مدل درختی برای فهم و شبیه‌سازی آسان هستند و خروجی مدل دقت بالایی دارد که می‌توان آن را با سایر مدل‌ها مقایسه کرد، مدل درختی می‌تواند در مسائل گوناگون مورد استفاده محققین قرار گیرد (فلاحی و همکاران، ۱۳۹۰). در این تحقیق جهت مدل‌سازی روش M5 از گزینه M5P نرم‌افزار WEKA که در دانشگاه Waikato نیوزلند (Hall و همکاران، ۲۰۰۹) توسعه داده شده، استفاده شده است.

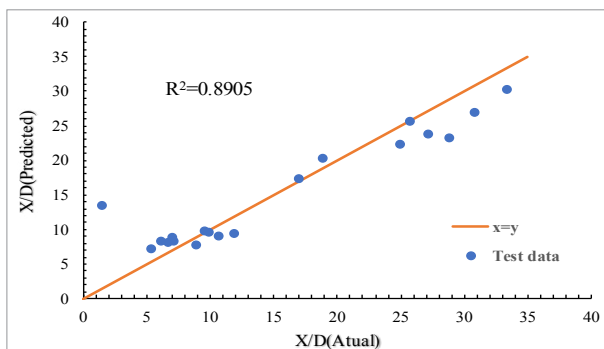
• مدل رگرسیونی با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی

در تحقیق حاضر نسبت به برازش روابط مختلفی برای پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبستگی اقدام شد که در نهایت روابط موجود در جدول (۲) برای محاسبه محل تشکیل حفره آبستگی ارائه شدند.

جدول ۲- روابط ارائه شده در تحقیق حاضر برای محاسبه محل تشکیل حفره آبستگی (خروجی از نرم‌افزار SPSS)

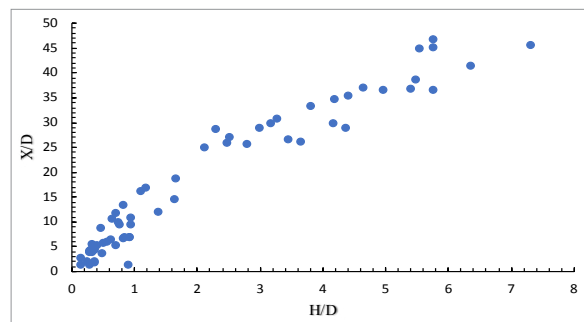
%RE	R ²	معادله
۱۳/۵	۰/۹۳۳۶	$\frac{X}{D} = \frac{(-H/D)^2}{9.81 \times P/D} + 7.99 \times \frac{H}{D}$ (۸)
۸	۰/۹۵۲۷	$\frac{X}{D} = 5.66 \times \frac{H}{D} - 0.057 \times \frac{P}{D} + 0.398$ (۹)
۷/۵	۰/۹۴۶۷	$\frac{X}{D} = 5.69 \times \frac{H}{D} + 0.0003 \times \left(\frac{P}{D}\right)^2 + 2.48$ (۱۰)
۶	۰/۹۵۶	$\frac{X}{D} = 7.59 \times \frac{H}{D} - 0.075 \times \frac{P}{D} + 0.014 \times \frac{H \times P}{D^2} - 1.23$ (۱۱)

باتوجه به جدول (۲)، رابطه (۱۱) با خطای ۶ درصدی نسبت به داده‌های آزمایشگاهی می‌تواند محل تشکیل حفره آبستگی را پیش‌بینی نماید، درحالی‌که معادله پرتابه (رابطه ۱) با حدود ۲۰ درصد خطا محل تشکیل حفره آبستگی را پیش‌بینی می‌کند. لازم به توضیح است روابط ارائه شده در جدول (۲)، برای Hهای بزرگتر از صفر برازش داده شده‌اند و در محدوده آزمایشات تحقیق حاضر معتبر می‌باشند. همچنین برای هد برابر با صفر، مقدار فاصله محل حفره آبستگی از بدنه سد برابر با صفر می‌باشد. علاوه بر پارامترهای آماری ارائه شده در جدول (۲)، در شکل (۷) برای بررسی دقت معادلات رگرسیونی ارائه شده در تحقیق حاضر، نمودار پراکندگی داده‌ها برای رابطه (۱۱) نیز رسم شده است. لازم به توضیح است که مشخصات آماری ارائه شده در جدول (۲) برای کل داده‌ها بوده ولی نمودار شکل (۷) برای ۳۰ درصد از داده‌ها (داده‌های آزمون) رسم شده است.

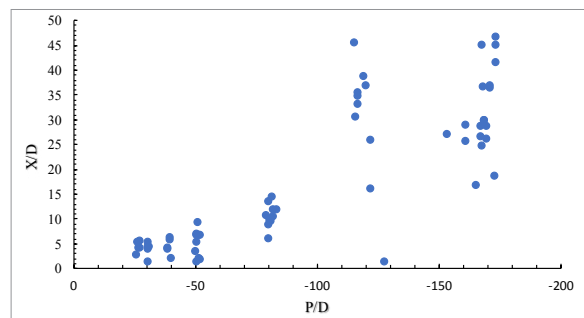


شکل ۷- نمودار پراکندگی داده‌ها برای رابطه ۱۱

دیگری بر محل تشکیل حفره آبستگی تأثیرگذار بوده است. لذا فرض تک متغیره بودن تابع X/D قابل پذیرش نخواهد بود و باید از توابع چند متغیره بهره برد. در جدول (۱) خصوصیات آماری برای داده‌های مورد استفاده در این تحقیق و در شکل (۶) توزیع داده‌ها برای هر یک از پارامترهای بی‌بعد و پارامتر هدف ارائه شده است.



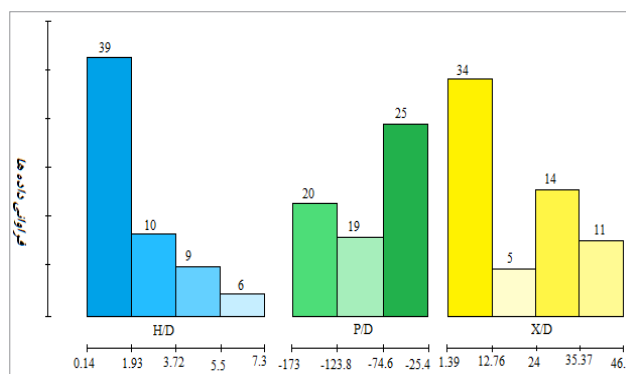
شکل ۵ الف- تغییرات محل تشکیل حفره آبستگی نسبت به H/D



شکل ۵ ب- تغییرات محل تشکیل حفره آبستگی نسبت به P/D

جدول ۱ - خصوصیات آماری داده‌های مورد استفاده در این تحقیق

آماره	H/D	P/D	X/D
میانگین	۲/۰۵	-۹۶/۱۷	۱۷/۶
حداقل	۰/۱۴	-۱۷۲/۹	۱/۳۸
حداکثر	۷/۲۹	-۲۵/۴	۴۶/۷
انحراف معیار	۲/۰۰۳	۵۴/۶۲	۱۴/۲۸



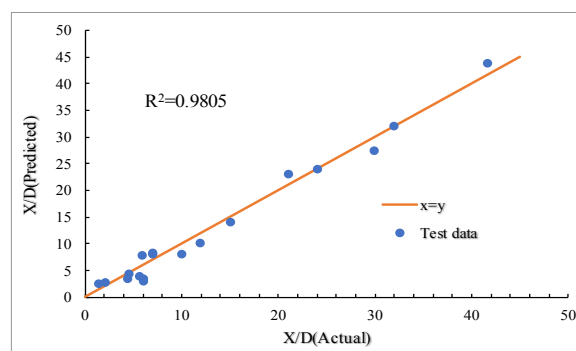
شکل ۶ - توزیع داده‌ها بر اساس H/D، P/D و X/D

• مدل شبکه‌های عصبی مصنوعی با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی

در تحقیق حاضر از شبکه عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی استفاده شده است. لازم به توضیح است روش شبکه عصبی مصنوعی با تعداد لایه‌های پنهان متفاوت و توابع انتقال متفاوت و همچنین تعداد نرون‌های متفاوت در هر لایه امتحان شد و بهترین نتایج مربوط به هر تعداد لایه در جدول شماره (۳) نشان داده شده است که از بین این نتایج بهترین نتیجه مربوط به تعداد لایه‌های پنهان ۴ با تعداد نرون‌های ۴ در هر لایه با توابع انتقال ورودی لایه‌ها و خروجی مشخص شده در جدول (۳) می‌باشد. ضمناً ۷۰ درصد داده‌ها برای مرحله آموزش و ۳۰ درصد بقیه به صورت تصادفی برای مرحله آزمون به کار رفتند. باتوجه به این جدول مشاهده می‌شود که بهترین نتیجه مربوط به تعداد لایه‌های پنهان ۴ با تعداد نرون‌های ۴ در هر لایه با توابع انتقال ورودی لایه‌ها و خروجی مشخص شده در جدول (۳) می‌باشد. در شکل (۸) نمودار پراکندگی داده‌ها برای آزمون خروجی از مدل شبکه‌های عصبی مصنوعی ارائه شده است.

جدول ۳- نتایج بررسی حالات مختلف در روش شبکه عصبی مصنوعی

R ² (test)	تابع انتقال خروجی	تابع انتقال لایه‌ها	تعداد نرون در هر لایه	تعداد لایه پنهان
۰/۹۵	LinearTanh	Tanh	۴	۱
۰/۹۷۵۹	LinearTanh	Tanh	۴,۴	۲
۰/۹۷۸۸	LinearTanh	Tanh	۴,۴,۴	۳
۰/۹۸۰۵	LinearTanh	Tanh	۴,۴,۴,۴	۴



شکل ۸- نمودار پراکندگی داده‌های استخراجی از شبکه عصبی مصنوعی برای داده‌های آزمون

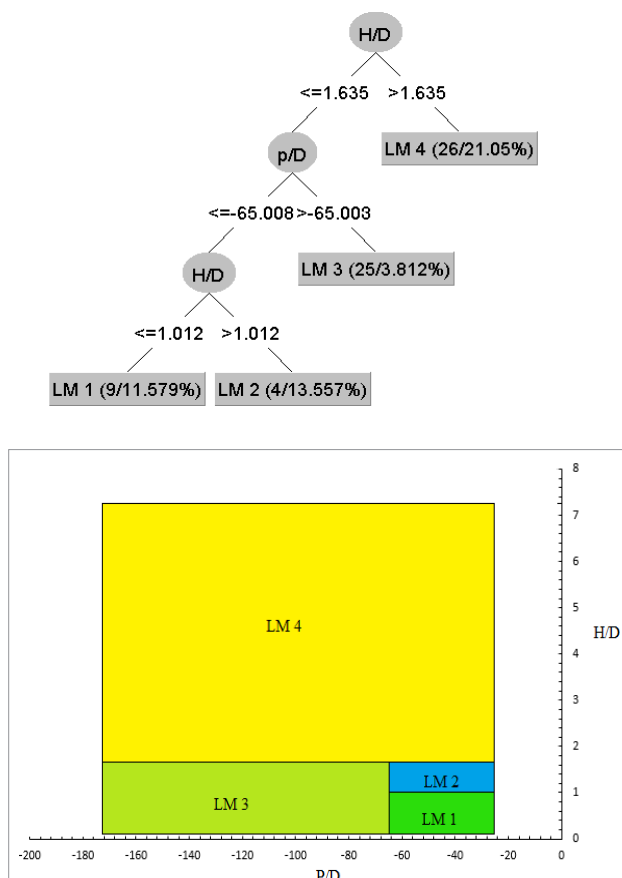
باتوجه به شکل (۸) مشاهده می‌شود که داده‌های آزمون در نزدیکی نیم‌ساز ناحیه اول واقع شده‌اند و مقدار ضریب تبیین بالایی دارند. این نمودار نشانگر دقت بالای هوش مصنوعی در پیش‌بینی محل

تشکیل حفره آبشستگی می‌باشد.

• مدل درختی M5 با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی در تحقیق حاضر از مدل درختی M5P که یکی از مدل‌های پیش‌بینی در نرم‌افزار Weka می‌باشد برای تخمین محل تشکیل حفره آبشستگی استفاده شده است. در جدول (۴) روابط خطی ارائه شده توسط مدل درختی M5P و همچنین نمودار درختی مدل M5P نشان داده شده است. همچنین در شکل (۹) محدوده اعمال این روابط به صورت واضح نشان داده شده است.

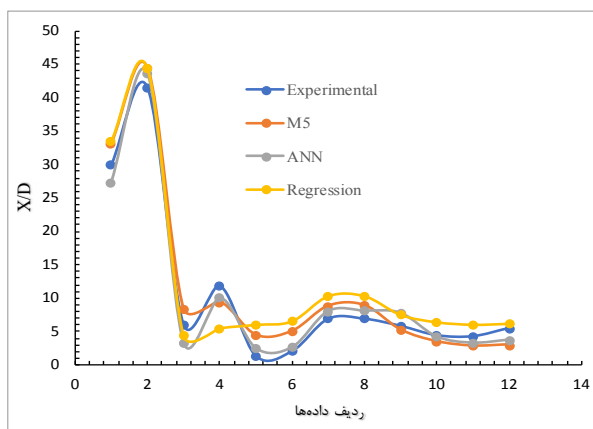
جدول ۴- روابط خطی ارائه شده به وسیله مدل درختی M5P و درخت مدل

شماره رابطه	معادله
LM 1	$\frac{X}{D} = 6.76 \times \frac{H}{D} - 0.003 \times \frac{P}{D} + 3.98$
LM 2	$\frac{X}{D} = 6.05 \times \frac{H}{D} - 0.03 \times \frac{P}{D} + 2.65$
LM 3	$\frac{X}{D} = 8.24 \times \frac{H}{D} - 0.03 \times \frac{P}{D} + 2.47$
LM 4	$\frac{X}{D} = 4.98 \times \frac{H}{D} - 0.02 \times \frac{P}{D} + 9.13$



شکل ۹- محدوده روابط استخراجی از نرم‌افزار Weka

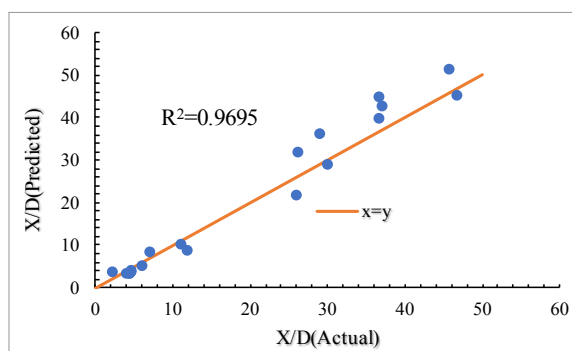
باتوجه به جدول (۵) مشاهده می‌شود روش شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANN) بیشترین R^2 و کمترین RMSE را دارد که نسبت به دو روش مدل درختی M5P و روش رگرسیونی بهترین پیش‌بینی را در محل تشکیل حفره آبشستگی دارد. اما این نکته نیز قابل توجه است که خروجی روش شبکه‌های عصبی مصنوعی به شکل یک رابطه یا گراف نیست و لذا نمی‌تواند برای طراحان و مجریان امر مفید باشد. به بیان دیگر، به ترتیب روش مدل درختی و روش رگرسیونی با دقت قابل قبولی می‌توانند محل تشکیل حفره آبشستگی را پیش‌بینی نمایند و باتوجه به خروجی آن‌ها، می‌تواند برای طراحان مفید باشد. معادله پرتابه نیز هرچند در عمل استفاده می‌شود اما خطای زیادی نسبت به داده‌های آزمایشگاهی دارد. باتوجه به این نکته که معادله پرتابه در شرایط خلاء استخراج شده است، این خطای زیاد می‌تواند ناشی از تأثیر مقاومت هوا بر مسیر جت‌های ریزی و در نهایت بر مختصات محل تشکیل حفره آبشستگی باشد. بنابراین توصیه می‌شود در طراحی‌ها به این نکته بیشتر توجه شود. شکل (۱۱) برای نشان دادن تشابه بالای سه روش مدل درختی، شبکه‌های عصبی مصنوعی و روابط رگرسیون خطی با نتایج آزمایشگاهی در پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی نشان داده شده است.



شکل ۱۱- انطباق نتایج به دست آمده از روش‌های مختلف در پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی

باتوجه به شکل (۱۱) مشاهده می‌شود روش شبکه‌های عصبی مصنوعی و مدل درختی بیشترین تشابه را در پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی دارند. لازم به توضیح است داده‌های مورد استفاده در نمودار شکل (۱۱) به نحوی انتخاب شده‌اند که هر ۴ رابطه پیشنهادی در مدل درختی M5P در استخراج این نمودار موثر هستند. در شکل (۱۲) پارامترهای موثر در محل تشکیل حفره آبشستگی با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی و به صورت منحنی‌های کنترولی در محیط از نرم‌افزار Surfer بررسی شده است. با داشتن این منحنی می‌توان محل تشکیل حفره آبشستگی

در نرم‌افزار Weka برای استخراج نتایج به دست آمده از مدل درختی M5P از ۷۰ درصد داده‌ها برای آزمون شبکه و از ۳۰ درصد داده‌ها برای تست شبکه استفاده شده است. لازم به توضیح است که انتخاب داده‌های آزمون و آموزش توسط خود نرم‌افزار و به صورت تصادفی از بین کل داده‌ها انجام می‌شود. نمودار شکل (۱۰) پراکندگی داده‌ها را برای داده‌های آزمون نشان می‌دهد. باتوجه به این شکل مشاهده می‌شود داده‌های آزمون در نزدیکی نیم‌ساز ناحیه اول واقع شده‌اند و مقدار ضریب تبیین بالایی دارند. این نمودار نشانگر دقت بالای مدل درختی M5P در پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی است.



شکل ۱۰- نمودار پراکندگی داده‌ها استخراجی از مدل درختی M5P برای داده‌های آزمون

مقایسه مدل‌های ارائه شده در تحقیق حاضر

همانطور که قبلاً اشاره شد، در تحقیق حاضر با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی ضمن ارائه روابط مختلفی برای پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی، توانایی شبکه‌های عصبی مصنوعی و مدل درختی M5 نیز در پیش‌بینی آن بررسی شده است. طراحان در عمل برای محاسبه محل تشکیل حفره آبشستگی از معادله پرتابه استفاده می‌کنند. همانطور که در بخش مقدمه ذکر شد، برای محاسبه محل تشکیل حفره آبشستگی از رابطه (۱) استفاده می‌شود. با تجزیه و تحلیل نتایج آزمایشگاهی میزان خطای معادله پرتابه در تخمین محل تشکیل حفره آبشستگی نیز اندازه‌گیری شد. در جدول (۵) مقایسه‌ای بین ۳ روش ارائه شده در تحقیق حاضر و همچنین معادله پرتابه انجام شده است.

جدول ۵- نتایج حاصل از چهار روش متفاوت در پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی برای داده‌های آزمون

روش	R^2	RMSE
Projectile Equation	۰/۷۷	۵/۸۶
Regression	۰/۸۹	۳/۸۹
M5P	۰/۹۶	۳/۷۵
ANN	۰/۹۸	۱/۷۵

بخش مدل رگرسیونی (Regression: $R^2=0.89$ و $M5: R^2=0.96$) استفاده شود. همچنین نتایج نشان داد موثرترین پارامتر در تخمین محل تشکیل حفره آبشستگی، هد گذرنده از روی سازه می‌باشد. علاوه بر این، نتایج داده‌های آزمایشگاهی و نتایج حاصل از بررسی معادله پرتابه نشان دادند، با افزایش هد گذرنده از روی سازه، فاصله محل تشکیل حفره آبشستگی از بدنه سازه بیشتر می‌شود.

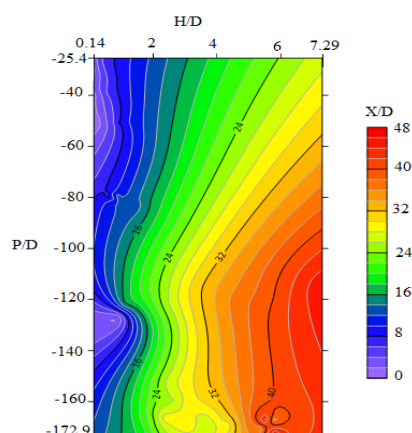
پی‌نوشت

- 1-Splitters
- 2-Data mining
- 3-Artificial Neural Network (ANN)
- 4-Fuzzy Logic
- 5-Rule Based Expert systems
- 6-Decision Extraction
- 7-Machine Learning systems
- 8-Clustering
- 9-Decision Tree
- 10-Root Mean Square Error
- 11-Feed Forward Network
- 12-Tree-Based Methods

منابع

- حسینی، خسرو، نوخاسته، حامد، کرمی، حجت، و سلامتیان، سید امین. (۱۳۹۵). مطالعه عددی آب‌شستگی جت ریزشی آزاد. *مهندسی عمران فردوسی*، ۲۸(۲)، ۹-۲۲. doi: [10.22067/civil.v28i2.36669](https://doi.org/10.22067/civil.v28i2.36669)
- سلماسی، فرزین، نهرین، فرناز، و طاهری اقدم، علی. (۱۴۰۱). استفاده از شبکه عصبی مصنوعی و مدل درختی M5 برای تعیین ضریب دبی سرریز لبه پهن مستطیلی. *نشریه مهندسی عمران امیرکبیر*، ۵۴(۱۲)، ۴۴۵۸-۴۴۳۵. doi: [10.22060/ceej.2022.18990.7021](https://doi.org/10.22060/ceej.2022.18990.7021)
- شریف زاک، مسعود، و بارانی، غلام‌عباس. (۱۳۹۰). پیش‌بینی دبی جریان در کانال‌های مرکب با استفاده از الگوریتم شبکه‌های عصبی. *اولین کنفرانس ملی عمران توسعه*. دانشگاه آزاد اسلامی زیباکنار، رشت، ایران.
- صبا، حمیدرضا، کمالیان، محسن، و رئیس‌زاده، احسان. (۱۳۹۷). تعیین آستانه لغزش پایداری شیروانی و بهینه‌یابی حجم عملیات خاکریزی سد خاکی همگن با استفاده از ترکیب شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک. *نشریه مهندسی عمران امیرکبیر*، ۵۰(۴)، ۷۴۷-۷۵۴. doi: [10.22060/ceej.2017.11051.4965](https://doi.org/10.22060/ceej.2017.11051.4965)

را در ازای مقادیر مختلف P/D و H/D به‌دست آورد. لازم به ذکر است نحوه استفاده از منحنی کنتوری شکل (۱۲) به این صورت است که برای یک P/D و H/D مفروض، با وصل کردن این اعداد به‌صورت عمودی و افقی به هم، می‌توان محل تشکیل حفره آبشستگی را به‌دست آورد. باتوجه‌به این شکل مشاهده می‌شود منحنی‌های کنتوری در جهت محور افقی (H/D) بیشتر از محور عمودی (P/D) تغییرات نشان می‌دهند که این تغییرات نمایانگر این است که تأثیر پارامتر H/D در پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی بیشتر از P/D است.



شکل ۱۲- منحنی کنتور محل تشکیل حفره آبشستگی به‌ازای تغییر H/D و P/D

نتیجه‌گیری

پدیده فرسایش یکی از مسائل اساسی در سازه‌های آبی است که در بسیاری از موقعیت‌ها امکان رخداد آن وجود دارد. برخورد جت آب خارج شده از خروجی سازه‌های هیدرولیکی، به ویژه سدها، با کف رودخانه در پایین‌دست این سازه‌ها سبب فرسایش و جابه‌جایی مصالح بستر رودخانه می‌شود. این امر اثرات منفی بسیاری می‌تواند به دنبال داشته باشد که در رأس آن‌ها ناپایداری بدنه سد و در نتیجه احتمال تخریب آن در اثر گسترش ابعاد حفره آبشستگی می‌باشد. پیش‌بینی و تخمین صحیح مختصات تشکیل حفره آبشستگی می‌تواند کمک شایانی به طراحان در جامه‌ی دقیق حوضچه آرامش داشته باشد. در تحقیق حاضر موقعیت تشکیل حفره آبشستگی به‌صورت آزمایشگاهی بررسی شد. نتایج نشان داد بیشترین دقت در پیش‌بینی محل تشکیل حفره آبشستگی مربوط به روش شبکه‌های عصبی مصنوعی ($R^2=0.98$) و کمترین دقت برای روش استخراج مختصات محل تشکیل حفره آبشستگی با استفاده از معادله پرتابه ($R^2=0.77$) می‌باشد. باتوجه‌به خروجی روش مدل درختی M5P پیشنهاد می‌شود از این روش و همچنین معادلات ارائه شده در

- Salmasi, F., Nouri, M., Sihag, P. & Abraham, J. (2021). Application of SVM, ANN, GRNN, RF, GP and RT models for predicting discharge coefficients of oblique sluice gates using experimental data, *Water Supply*, 21(1), 232–248. <https://doi.org/10.2166/ws.2020.226>
- Solomatine, D.P., & Xue, Y. (2004). M5 model trees and neural networks: Application to flood forecasting in the upper reach of the Huai River in China. *Journal of Hydrologic Engineering*, 9, 491–501. doi: [10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2004\)9:6\(491\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2004)9:6(491))
- United States Bureau of Reclamation (USBR). (1960). Design of small dams. United States Department of the Interior, United States Government Printing Office. 1st Ed. Denver, 282–291.
- طاهری اقدم، علی، نورانی، بهرام، ارونقی، هادی، و سلماسی، فرزین. (۱۴۰۰). محاسبه ارتفاع آبشار در پایین دست سرریزهای اوجی جهت کنترل پرش هیدرولیکی. مدل سازی و مدیریت آب و خاک، ۱۱(۱)، ۱۲-۱. doi: [10.22098/MMWS.2021.1174](https://doi.org/10.22098/MMWS.2021.1174)
- فلاحی، محمد رضا، وروانی، هادی، و گلپان، سعید. (۱۳۹۰). پیش بینی بارش با استفاده از مدل رگرسیون درختی به منظور کنترل سیل. پنجمین کنفرانس سراسری آبخیزداری و مدیریت منابع آب و خاک کشور. انجمن مهندسی آبیاری و آب ایران، کرمان، ایران.
- کانتاردزیک، مهمد. (۱۳۹۲). داده کاوی. مترجم: امیر علیخوان زاده. انتشارات علوم رایانه. چاپ اول. مشهد، ایران.
- Bhattacharya, B., & Solomatin, D.P. (2004). Neural networks and M5 model trees in modeling water level-discharge relationship. *Neurocomputing*, 63, 381-396. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2004.04.016>
- He, Y., Zhu, D.Z., Zhang, T., Shao, Y., & Yu, T. (2017). Experimental observations on the initiation of sand-bed erosion by an upward water jet. *Journal of Hydraulic Engineering*, 143(7). 06017007. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001302](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001302)
- Hall, m., Frank, E., Holmes, G., Pfahringer, B., Reutemann, P., & Witten, L.H. (2009). The WEKA Data Mining Software: An Update. *ACM SIGKDD Explorations Newsletter*, 11(1), 10-18.
- Karamigolbaghi M., Ghaneizad S.M., Atkinson J.F., Bennett S.J. and Wells R.R. (2017). Critical assessment of jet erosion test methodologies for cohesive soil and sediment. *Geomorphology*, 295, 529-536. <https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2017.08.005>
- Mason P.J. (1983). Energy dissipating crest splitters for concrete dams, *Water Power and Dam Construction*, 35(10), 37-40.
- Pagliara, S., Roy, D., & Palermo, M. (2009). 3D plunge pool scour with protection measures, *Journal of Hydro-environment Research.*, 4, 225-233. <https://doi.org/10.1016/j.jher.2009.10.014>
- Pal, M., (2006). M5 model tree for land cover classification. *International Journal of Remote Sensing*, 27(4), 825-831. <https://doi.org/10.1080/01431160500256531>
- Sattari, M.T., Anli, A.S, Apaydin, H. & Kodali, S. (2012). Decision trees to determine the possible drought periods in Ankara. *Atmosfera*, 25, 65-83.