

Document Type

Applied Article

پژوهش کاربردی

نوع مقاله

Hydrodynamic Analysis of Flow and Discharge Coefficient in Weirs with Porous Media under Free Overtopping Conditions

S. A. R. Esmaili¹, M. Heydari^{2*}, S. Gohari²

1, 2- Ph.D. Candidate and Associate Professor, Department of Water Science and Engineering, Faculty of Agriculture Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

* Corresponding Author Email: mheydari@basu.ac.ir

Received 11-08-2025
Revised 05-09-2025
Accepted 06-09-2025
Available online 16-03-2026

تحلیل هیدرودینامیک جریان و ضریب دبی در سرریزهای با محیط متخلخل در شرایط روگذر آزاد

سید علیرضا اسماعیلی^۱، مجید حیدری^{۲*}، سعید گوهری^۲

۱ و ۲- به ترتیب دانشجوی دکتری و دانشیار، گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

* راینامه نویسنده مسئول: mheydari@basu.ac.ir

تاریخ دریافت ۱۴۰۴/۰۵/۲۰
تاریخ بازنگری ۱۴۰۴/۰۶/۱۴
تاریخ پذیرش ۱۴۰۴/۰۶/۱۵
تاریخ انتشار ۱۴۰۴/۱۲/۲۵

Abstract

In this experimental study, the discharge coefficient of flow over rectangular broad-crested weirs was examined under two conditions: solid and porous (gabion). For the porous weir, eight tests were conducted with effective lengths of 30 cm and 60 cm, using three gradations with mean particle diameters of 11 mm, 19 mm, and 28 mm. Initially, under free-flow conditions downstream of the weir, discharge coefficients for solid and gabion weirs were calculated and compared. Additionally, variations in velocity profiles and Reynolds shear stress distributions within the hydraulic domain of the weir were evaluated. The analysis of the water surface profile demonstrated that increasing gabion particle size reduced resistance to flow, thereby requiring a greater discharge to achieve fully overtopping conditions. Conversely, at constant discharge, increasing the weir length enhanced hydraulic resistance, leading to a higher upstream head. Examination of discharge coefficients revealed an increasing trend with longer weir lengths at equal discharges. On average, coefficients for porosities of 38%, 42%, and 45% were 0.74, 0.82, and 0.89 for the 30 cm weir, and 0.95, 1.00, and 1.20 for the 60 cm weir, respectively, whereas the solid weir yielded a coefficient of about 0.38. Furthermore, by applying a multivariable correlation equation and employing a gene expression programming (GEP) model based on dimensional analysis, an efficient predictive relationship for discharge over gabion weirs was developed, achieving a coefficient of determination of 98%.

Keywords: Porous Weir, Velocity Profiles, Reynolds Shear Stress, Water Surface Profile, GEP.

چکیده

در این پژوهش آزمایشگاهی، ضریب دبی جریان در سرریزهای لبه پهن مستطیلی در دو حالت صلب و متخلخل (گابیونی) بررسی شد. در بخش مربوط به سرریز متخلخل، هشت آزمایش با دو طول مؤثر ۳۰ و ۶۰ سانتی متر و سه نوع دانه بندی با قطر متوسط ۱۱، ۱۹ و ۲۸ میلی متر اجرا شد. در مرحله نخست، با ایجاد شرایط جریان آزاد در پایین دست، ضرایب دبی برای سرریزهای صلب و گابیونی محاسبه و مقایسه شد. همچنین تغییرات پروفیل سرعت جریان و توزیع تنش برشی رینولدزی در محدوده هیدرولیکی سرریز ارزیابی شد. نتایج تحلیل پروفیل سطح آب نشان داد افزایش اندازه ذرات گابیون موجب کاهش مقاومت در برابر عبور جریان شده و در نتیجه برای دستیابی به شرایط جریان کاملاً روگذری، دبی بیشتری مورد نیاز است. در مقابل، در شرایط دبی ثابت، افزایش طول سرریز مقاومت هیدرولیکی را تقویت کرده و موجب افزایش بار هیدرولیکی بالادست می شود. بررسی ضرایب دبی نشان داد در دبی یکسان، با افزایش طول سرریز روند تغییرات ضریب دبی صعودی است. به طور میانگین، ضرایب دبی برای تخلخل های ۳۸، ۴۲ و ۴۵ درصد در طول ۳۰ سانتی متر به ترتیب ۰/۷۴، ۰/۸۲، ۰/۸۹ و در طول ۶۰ سانتی متر معادل ۰/۹۵، ۱/۰ و ۱/۲۰ محاسبه شد، در حالی که این مقدار در حالت صلب حدود ۰/۳۸ گزارش شد. با به کارگیری معادله همبستگی چندمتغیره و استفاده از مدل برنامه ریزی ژنتیکی بیان ژن (GEP) مبتنی بر تئوری تحلیل ابعادی، رابطه ای کارآمد برای محاسبه دبی عبوری بر روی سرریز گابیونی استخراج شد که ضریب تعیین آن برابر با ۹۸ درصد حاصل شد.

واژه های کلیدی: سرریز متخلخل، پروفیل سرعت، تنش برشی رینولدز، پروفیل سطح آب، GEP.

How to cite this article:

Esmaili, S.A.R., Heydari, M., & Gohari, S. (2026). Hydrodynamic Analysis of Flow and Discharge Coefficient in Weirs with Porous Media under Free Overtopping Conditions. Journal of Water and Sustainable Development, 12(4), 88-102.
<https://doi.org/10.22067/jwsd.v12i4.2508-1449>

اثبات کرده است که برای دبی یکسان، بار هیدرولیکی در سرریز گابیونی کمتر از سرریز صلب بوده و این کاهش با افزایش اندازه سنگدانه‌ها تشدید می‌شود. همچنین [Dhahir و همکاران \(۲۰۱۷\)](#) فاصله تشکیل پرش هیدرولیکی را تابعی از میزان استهلاک انرژی در سرریزهای گابیونی معرفی کردند. [Percy و Sargison \(۲۰۰۹\)](#) بیان کردند ضریب دبی سرریزهای صلب با افزایش شیب بالادست سرریز، کاهش می‌یابد.

[Mohajeri و Safarzadeh \(۲۰۱۸\)](#) نیز به تحلیل عددی جریان بر روی سرریزهای گابیونی لبه‌پهن مستطیلی با استفاده از مدل‌های CFD نرم‌افزار (Flow-3D) و مدل آشفتگی- RNG k-ε پرداختند. این مطالعه با استفاده از نتایج آزمایشگاهی [Mohamed \(۲۰۱۰\)](#) صحت‌سنجی شد. نتایج نشان داد با افزایش اندازه دانه‌ها، دبی عبوری از درون سرریز افزایش یافته و در نتیجه ارتفاع آب در بالادست کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش جریان، مقاومت بستر گابیونی افزایش یافته و باعث تبدیل رفتار آن به سازه‌ای مشابه سرریز صلب می‌شود.

[Zahiri و Najafzadeh \(۲۰۱۷\)](#) از برنامه‌ریزی بیان ژن (GEP) برای پیش‌بینی دبی در مقاطع مرکب کانال‌ها استفاده کردند. [Khatibi و همکاران \(۲۰۱۴\)](#) در مطالعه آزمایشگاهی اتلاف انرژی در سرریزهای گابیونی پله‌ای، عملکرد برنامه‌نویسی بیان ژن (GEP) را در کنار شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANN) بررسی کرده و نشان دادند این روش قادر به بازنمایی دقیق روابط هیدرولیکی پیچیده میان متغیرهای جریان است. همچنین سایر پژوهشگران از جمله [Kim و همکاران \(۲۰۱۴\)](#)، [Salmasi و Abraham \(۲۰۲۰\)](#)، [Shafai Bejestan و Rahmanshahi \(۲۰۲۱b\)](#)، [Roushangar و همکاران \(۲۰۱۴\)](#)، [Azamathulla و همکاران \(۲۰۱۰\)](#) عملکرد مناسب و صحیح برنامه‌نویسی بیان ژن در پژوهش‌های آزمایشگاهی از جمله برآورد ضریب دبی در سرریز مستطیلی لب‌پهن، ضریب سرریزهای اوجی، ضریب دبی سرریزهای گابیونی قوسی، افت انرژی سرریزهای پلکانی، افت انرژی در بلوک‌های شیب‌دار، ضریب زبری، فرسایش بستر، پیش‌بینی سرعت در کانال‌های مرکب، را تأیید کردند.

[Fathi-Moghaddam و همکاران \(۲۰۱۸\)](#) با بهره‌گیری از شبیه‌سازی عددی (CFD)، عملکرد هیدرولیکی سرریزهای گابیونی با تخلخل‌های ۴۳، ۴۴ و ۴۶ درصد و در اشکال مثلثی و دوزنقه‌ای را بررسی کردند. نتایج نشان داد کاهش قطر متوسط ذرات مصالح گابیونی منجر به کاهش ضریب دبی (C_d)، دبی عبوری و اتلاف انرژی جریان می‌شود، به گونه‌ای که این کاهش به ترتیب تا حدود ۲۷، ۳۴ و ۸ درصد قابل مشاهده است.

در ادامه [Shariq و همکاران \(۲۰۲۰\)](#) اثبات کردند افزایش قطر ذرات و عمق جریان بالادست موجب افزایش دبی عبوری از درون سرریز می‌شود، درحالی‌که دبی عبوری در سرریزهای با ذرات ریزتر کمتر تحت تأثیر قرار می‌گیرد. آن‌ها همچنین

سرریزها از سازه‌های کلیدی هیدرولیکی در مدیریت، انتقال و کنترل جریان به شمار می‌روند و در اندازه‌گیری و تنظیم دبی در آبراهه‌ها، رودخانه‌ها و مخازن کاربرد گسترده‌ای دارند. هندسه سرریز، به‌ویژه شکل لبه و مقطع آن، نقش تعیین‌کننده‌ای در کارایی هیدرولیکی این سازه‌ها ایفا می‌کند. در این میان، سرریزهای گابیونی لبه‌پهن به دلیل پایداری سازه‌ای و قابلیت مطلوب در سنجش دبی جریان، به‌عنوان گزینه‌ای کارآمد در طراحی‌های هیدرولیکی مورد توجه قرار گرفته‌اند. این نوع سرریزها مدیریت مؤثر سیلاب‌های کوتاه‌مدت و حفظ کیفیت محیط‌زیستی رودخانه‌ها را ممکن ساخته و با کاهش هزینه اجرایی نسبت به سازه‌های صلب، گزینه‌ای اقتصادی محسوب می‌شوند. عملکرد هیدرولیکی سرریزهای گابیونی به دلیل تخلخل بدنه و امکان عبور جریان از میان مصالح، به‌طور اساسی با سرریزهای صلب تفاوت دارد. این ویژگی منجر به پیچیدگی در رفتار جریان، شامل تغییرات ضریب دبی، پروفیل سطح آب و تأثیر ویژگی‌های دانه‌بندی بر پارامترهای هیدرولیکی می‌شود. با وجود مطالعات انجام شده، رفتار هیدرولیکی سرریزهای گابیونی لبه‌پهن مستطیلی در شرایط مختلف جریان به‌طور جامع شناسایی نشده و همچنان نیازمند پژوهش‌های دقیق‌تر است.

سرریزهای گابیونی در سال‌های اخیر مورد توجه پژوهشگران متعددی قرار گرفته و از منظرهای گوناگون هیدرولیکی بررسی شده‌اند. هرچند این سرریزها از نظر هندسی مشابه نمونه‌های صلب هستند، عبور جریان از میان بدنه متخلخل آن‌ها موجب تفاوت‌های اساسی در رفتار و عملکرد هیدرولیکی سازه می‌شود.

[Michioku و همکاران \(۲۰۰۵\)](#) با بهره‌گیری از مدل‌سازی یک‌بعدی جریان در محیط متخلخل، رابطه‌ای نظری برای دبی عبوری از سرریزهای سنگریزه‌ای ارائه کردند. این مطالعه نشان داد که دبی تابعی از عمق جریان در بالادست و پایین‌دست، طول و تخلخل سرریز و قطر متوسط مصالح است و صحت آن با داده‌های آزمایشگاهی تأیید شد.

[Chanson \(۲۰۰۶\)](#) با نقد و تکمیل یافته‌های پژوهش [Michioku و همکاران \(۲۰۰۵\)](#) بر اهمیت بررسی برهم‌کنش جریان روگذری و درون‌گذری در سرریزهای متخلخل تأکید کرد و بیان داشت که در بسیاری از کاربردهای مهندسی، این دو مؤلفه نمی‌توانند به‌صورت مجزا در نظر گرفته شوند. وی همچنین نقش شکل هندسی پایین‌دست سازه و زبری سطح را در شدت جریان تراوشی و آشفتگی جریان تأثیرگذار دانست.

بررسی‌هایی پژوهش‌هایی مانند [Leu و همکاران \(۲۰۰۸\)](#) نشان داد با افزایش تخلخل سازه، شدت آشفتگی جریان پایین‌دست کاهش می‌یابد، درحالی‌که [Mohamed \(۲۰۱۰\)](#)

به دست آمده از مطالعه بر روی مدل های آزمایشگاهی پرداخته تا تاثیر عوامل مختلف مانند عمق آب، تخلخل، قطر دانه بندی و ابعاد هندسی سازه بر روی ضریب دبی در شرایط جریان آزاد تعیین شود.

مواد و روش ها

پژوهش حاضر در آزمایشگاه مدل های فیزیکی و هیدرولیکی گروه علوم و مهندسی آب دانشگاه فردوسی مشهد انجام شد. آزمایش ها در فلوم آزمایشگاهی به طول ۷ متر، عرض ۵۰ سانتیمتر و ارتفاع ۶۵ سانتیمتر، بر روی یک شاسی به ارتفاع ۸۰ سانتیمتر از زمین و شیب ثابت ۰/۰۱ انجام شد (شکل ۱). دبی بیشینه کانال ۳۰ لیتر بر ثانیه می باشد. شرایط جریان در محدوده سرریز گابیونی با استفاده از داده های اندازه گیری شده سرعت توسط سرعت سنج صوتی ADV مدل نور تک با فرکانس ۲۵ هرتز ثبت شد. قسمت ورودی کانال در بالادست مجهز به آرام کننده جریان بود و تراز سطح آب با دستگاه عمق سنج نقطه ای مجهز به ورنیه به دقت $\pm 0/1$ میلی متر اندازه گیری شد.

نشان دادند گرادیان هیدرولیکی در سرریزهای گابیونی از قانون فورشه ایمر تبعیت می کند و در میان روابط موجود، رابطه [Ergun \(۱۹۵۲\)](#) برای محاسبه گرادیان هیدرولیکی دقت بالاتری دارد.

از منظر آزمایشگاهی، [Salmasi و همکاران \(۲۰۲۱a\)](#) عملکرد هیدرولیکی سرریزهای گابیونی مستطیلی را در شرایط جریان آزاد و مستغرق بررسی کرده و دریافتند ضریب دبی در سرریزهای گابیونی به طور معناداری بیشتر از سرریزهای صلب است. همچنین مشخص شد که مقدار C_d در شرایط جریان آزاد حدود ۱۷ درصد بیشتر از حالت مستغرق است.

در مطالعه ای دیگر، [Shariq و همکاران \(۲۰۲۲\)](#) با انجام آزمایش های فیزیکی بر روی سرریزهای صلب و گابیونی تحت جریان آزاد و مستغرق، تغییرات پروفیل سطح آب و اثر تخلخل را ارزیابی کردند. نتایج آنان نشان داد نسبت افت انرژی به ارتفاع تاج در سرریزهای گابیونی بر مقدار ضریب دبی تأثیر مستقیم دارد.

این پژوهش با تمرکز بر بررسی عملکرد رفتار هیدرولیکی سرریزهای گابیونی لبه پهن مستطیلی، به ارائه نتایج



الف

ب

ج

شکل ۱- الف) شمای کلی از سرریز گابیونی آزمایشگاهی و تمام تجهیزات مورد استفاده، ب) موقعیت دستگاه سرعت سنج ADV و مانومترهای اندازه گیری، ج) عمق سنج مکانیکی

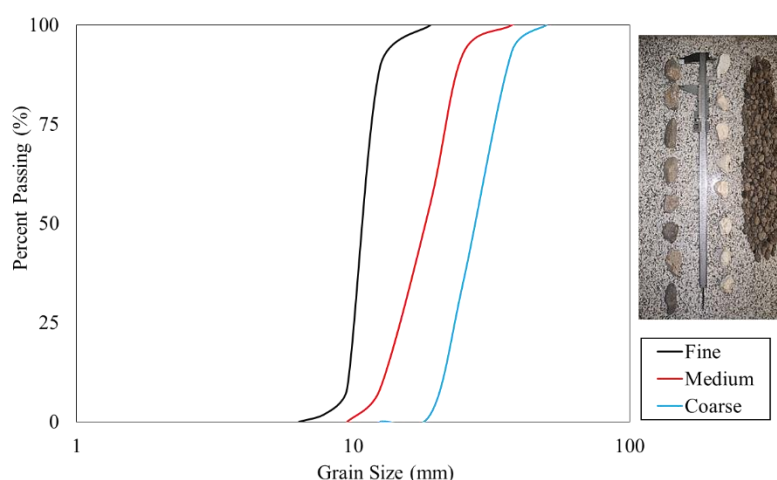
و ۱۶ درصد از ذرات از آن کوچکتر است، محاسبه و در جدول (۱) ارائه شده است.

باتوجه به دانه بندی یکنواخت ذرات ($1.35 - 1.3 < C_u$)، می توان با اطمینان از تأثیر انحراف معیار هندسی توزیع اندازه ذرات گابیون صرف نظر کرد.

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}} \quad (1)$$

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{D_{84}}{D_{16}}} \quad (2)$$

سه نوع دانه بندی مربوط به سرریز گابیونی و با ۲ طول گابیون در مجموع تعداد ۶ مدل سرریز لبه پهن گابیونی برای بررسی فراهم شد. به منظور تعیین اندازه متوسط ذرات سنگی (D_{50}) تشکیل دهنده گابیون از آزمایش دانه بندی به روش ASTM استفاده شد. منحنی دانه بندی ذرات در شکل (۲) نمایش داده شده است. اندازه متوسط سنگدانه های مورد استفاده ۱۱، ۱۹ و ۲۸ میلی متر می باشد. انحراف معیار (σ_g) و ضریب یکنواختی ذرات (C_u) با استفاده از روابط (۱) و (۲) که براساس (D_{60}) ، (D_{10}) ، (D_{84}) و (D_{16}) قطری که به ترتیب ۸۴، ۱۰، ۶۰، ۱۶



شکل ۲- دانه بندی مصالح مورد استفاده در سرریز لبه پهن گابیونی

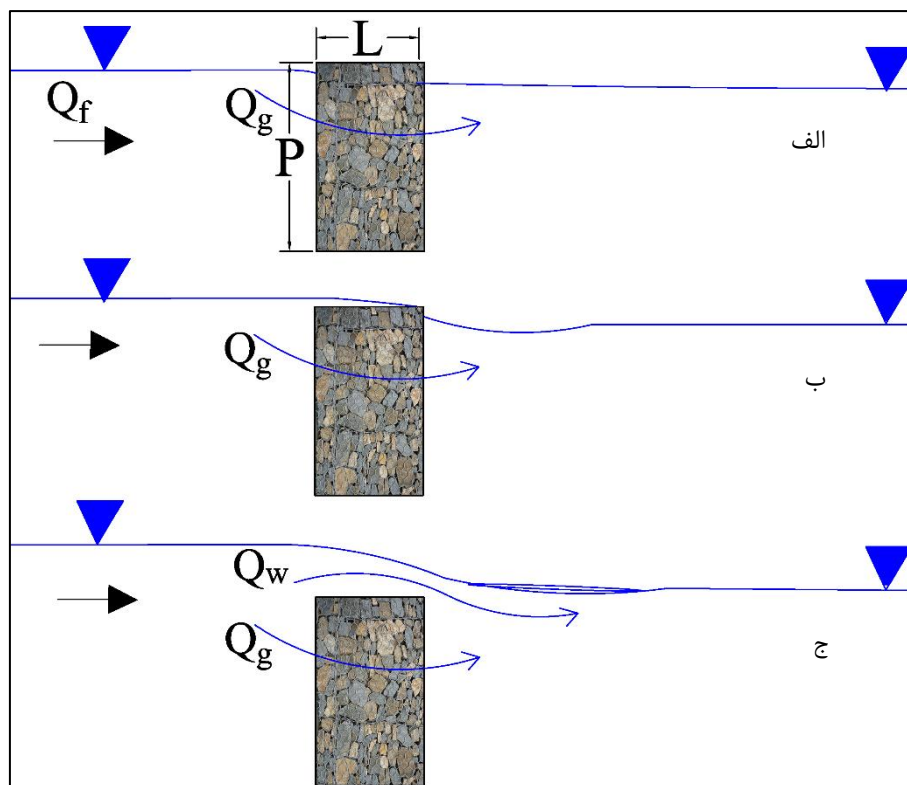
جدول ۱- مشخصات مصالح مورد استفاده

نوع دانه بندی	D_{50}	D_{10}	D_{60}	D_{84}	C_u	n	σ_g
Fine	۱۱	۹/۶	۱۱/۵	۱۳	۱/۲	۳۸	۰/۶۸
Medium	۱۹	۱۳	۱۷	۲۱/۷	۱/۳	۴۱	۰/۸۳
Coarse	۲۸	۲۱/۴	۲۹	۳۵	۱/۳	۴۵	۰/۷۸

بخشی از روی سرریز (Q_w) عبور می کند. جریان عبوری از بالای سرریز به عنوان جریان روگذر و بخشی که از داخل گابیون عبور می کند به عنوان درون گذر شناخته می شود. ناحیه جداشدگی خطوط جریان در بالادست به عمق آب روی سرریز وابسته است. ناحیه میانی در بالادست سرریز به عنوان ناحیه رکود خواهد بود. در پایین دست سرریز جریان عبوری از روی سرریز در برخورد به جریان عبوری از درون آن ناحیه ای با اغتشاش زیاد ایجاد می کند که از نظر هیدرولیکی اهمیت خاصی دارد و به عنوان راهکاری بر اتلاف انرژی مورد استفاده قرار می گیرد.

قبل از شروع آزمایش ها، تراز بستر در قسمت بالادست و پایین دست کانال ثبت شد. جریان ثابتی در کانال برقرار و پس از پایداری جریان عمق آب در قسمت های بالادست و پایین دست با استفاده از عمق سنج مکانیکی اندازه گیری شد. در سرریزهای گابیونی، باتوجه به شدت جریان ورودی، مشخصات مصالح داخل سرریز، هدایت هیدرولیکی و هندسه سرریز، جریان عبوری از سرریز را می توان به سه بخش: ۱- جریان درون گذر ($H < P$)، ۲- جریان روگذر ($H = P$) و ۳- جریان بینابینی (هم زمان درون گذر و روگذر ($H \leq P$)) تقسیم کرد (شکل ۵).

مسیر جریان در بالادست (Q_f) در نزدیکی و به سمت سرریز دو مسیر را ادامه می دهد، بخشی از آن از درون سرریز (Q_g) و



شکل ۳- شرایط مختلف جریان عبوری از سرریز گابیونی (الف) جریان درون گذر، (ب) جریان همزمان درون گذر و روگذر (بینابینی)، (ج) جریان روگذر

آنالیز ابعادی

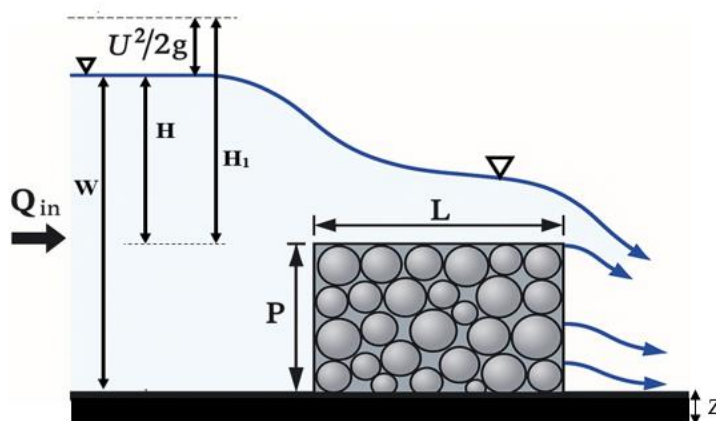
طرح شماتیک جریان عبوری از روی یک سرریز گابیونی لبه پهن در شکل (۱) نشان داده شده است. از آنجایی که بسیاری از روابط حاکم بر پدیده‌های هیدرولیکی را نمی‌توان مستقیماً از قوانین حاکم بر سیالات و تئوری‌های موجود، مانند قوانین بقای جرم، انرژی و ممنتوم به دست آورد (اسماعیلی و همکاران، ۱۴۰۱)؛ بنابراین به منظور تحلیل هیدرولیکی جریان در سرریزهای گابیونی، در ابتدا سعی شد با تحلیل ابعادی بر اساس تئوری باکینگهام پارامترهای بدون بعدی برای محاسبه ضریب سرریز به دست آید. درحالت کلی، چندین رابطه

به‌منظور محاسبه دبی عبوری از سرریزهای لبه پهن مستطیلی وجود دارد. اما رابطه مشخص برای دبی جریان روی یک سرریز لبه پهن به‌صورت زیر است (Safarzadeh و Mohajeri، ۲۰۱۸).

$$Q_w = \frac{2}{3} C_d B \sqrt{\frac{2}{3} g H_1^3} \quad (3)$$

در این رابطه (H_1) تراز سطح آب در بالادست سرریز گابیونی است. این مقدار با استفاده از رابطه زیر استخراج می‌شود.

$$H_1 = H + \left(\frac{1}{2} g \right) \left(\frac{Q}{B(H+P)} \right)^2 \quad (4)$$



شکل ۴- پارامترهای هیدرولیکی در سرریز گابیونی لبه پهن مستطیلی

در روابط بالا، W: عمق آب بالادست سرریز، H: ارتفاع سطح آب نسبت به تراز تاج سرریز در بالادست (در فاصله ۴H) و P: ارتفاع سرریز می‌باشد.

پارامترهای طول سرریز (L)، قطر متوسط مصالح سنگی مورد استفاده (D_{50})، عرض کانال (B)، سرعت جریان در بالادست (V)، تخلخل ذرات تشکیل‌دهنده (n)، شتاب ثقل (g)، جرم واحد حجم مایع (ρ)، لزجت دینامیکی (μ) که می‌توانند در برآورد دبی جریان عبوری (Q_w) تأثیرگذار باشند. (۵)

$$Q_w = f(B, H, P, L, V, \rho, \mu, g, d_{50}, n)$$

باتوجه به اینکه در شرایط جریان آزاد به دلیل آشفتگی جریان نیروی چسبندگی اهمیت کمتری داشته و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. لذا بر اساس روش پای باکینگهام متغیرهای مؤثر به عوامل زیر وابسته است.

$$\frac{q^2}{gh^3} = f\left(\frac{P}{H}, \frac{H}{L}, \frac{d_{50}}{H}, Re\right) \quad (۶)$$

$$q = \sqrt{gh^3} \cdot f\left(\frac{H}{L}, \frac{d_{50}}{H}, Re\right) \quad (۷)$$

$$q = \sqrt{gh^3} \cdot f\left(\frac{H}{L}, \frac{d_{50}}{H}, Re, n\right) = C_d \sqrt{gh^3} \quad (۸)$$

تنها عامل متغیر همان دبی (q) در واحد عرض است که به صورت بار آبی روی سرریز در عامل بی بعد $\left(\frac{H}{L}\right)$ ظاهر شده است، لذا $\left(\frac{H}{L}\right)$ و رینولدز جریان (Re) از یکدیگر مستقل نبوده

و Re از رابطه (۸) حذف شده است. همچنین به دلیل وابسته بودن اندازه ذرات با تخلخل انتخاب یکی از دو مؤلفه کافی خواهد بود؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که ضریب دبی سرریز گابیونی در شرایط جریان آزاد به صورت تابعی از پارامترهای بدون بعد زیر می‌باشد:

$$C_d = f\left(\frac{H}{L}, \frac{d_{50}}{H}\right) \quad (۹)$$

مدل سرریز گابیونی

در این مجموعه آزمایش‌ها مدل‌های سرریز گابیونی به صورت جعبه‌های آماده در اندازه‌های مختلف استفاده شد. به ازاء هر دانه‌بندی دبی‌های مختلف در آبراهه برقرار شد. محدوده دبی استفاده شده در جدول (۲) درج شده است. آزمایش‌ها در شرایط جریان آزاد انجام شد به گونه‌ای که سرریز بتواند به صورت مستقل جریان را کنترل کند و عمق پایین‌دست در تعیین دبی نقشی نداشته باشد. پروفیل سطح آب از طریق تصویربرداری از روبه‌روی جریان ثبت شد. سپس با استفاده از نرم‌افزار plotdigitizer مقادیر آنها استخراج شد. برای اطمینان از موقعیت جریان توسعه یافته در مقطع آزمایش داده‌های سرعت لحظه ای با استفاده از ADV در فواصل ۴ تا ۴/۳ متری از ورودی کانال نسبت به خط مرکزی و روی سطح بستر اندازه‌گیری شد.

جدول ۲- گزینه‌های مورد آزمایش در مدل‌های سرریز صلب و گابیونی

Model	Q (l/s)	L (mm)	P (mm)	(mm) D_{50}	Z (mm)
A	۲۵-۱۸	۳۰۰	۲۰۰	۱۱	۱۰
B	۲۵-۱۸	۳۰۰	۲۰۰	۱۹	۱۰
C	۲۵-۱۸	۳۰۰	۲۰۰	۲۸	۱۰
D	۲۵-۱۸	۶۰۰	۲۰۰	۱۱	۱۰
E	۲۵-۱۸	۶۰۰	۲۰۰	۱۹	۱۰
F	۲۵-۱۸	۶۰۰	۲۰۰	۲۸	۱۰
Solid A	۲۵-۱۸	۳۰۰	۲۰۰	-	۱۰
Solid B	۲۵-۱۸	۶۰۰	۲۰۰	-	۱۰

پیش‌بینی در مدل بیان ژن همان داده‌های جدید یا دیده نشده‌اند که برای ارزیابی توانایی مدل در تعمیم روابط استخراج شده استفاده می‌شوند. کیفیت و تنوع این داده‌ها مستقیماً بر اعتبار علمی و کاربردی بودن مدل اثر می‌گذارد. باتوجه به دقت روش الگوریتم ژنتیک از نرم افزار GeneXproTools به منظور تخمین روابط تجربی (Heravi و همکاران ۲۰۲۴)، از نرم‌افزار بیان شده برای تعیین رابطه بین پارامترهای استفاده شد.

فرایندهای ارزیابی

در این مطالعه از شاخص‌های آماری شامل ضریب تعیین (R^2) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)، برای تبیین رابطه

الگوریتم بیان ژن (GEP)

مدل بیان ژن نوعی الگوریتم تکاملی است که ترکیبی از قابلیت‌های الگوریتم ژنتیک (GA) و برنامه‌نویسی ژنتیکی (GP) محسوب می‌شود. در این روش، راه‌حل‌ها به صورت کروموزوم‌های خطی متشکل از ژن‌ها کدگذاری شده و طی فرآیندهای انتخاب، جهش و بازترکیب تکامل می‌یابند. مزیت اصلی این مدل نسبت به سایر روش‌های یادگیری ماشین، تولید مدل‌های صریح ریاضی و قابل تفسیر است که توانایی شناسایی روابط غیرخطی پیچیده میان متغیرها را فراهم می‌سازد. با وجود مزایایی همچون دقت و انعطاف‌پذیری بالا، این روش نیازمند تنظیم دقیق پارامترها بوده و در برخی موارد مستعد تولید مدل‌های پیچیده و بیش‌برازش است. داده‌های

بین داده‌های محاسباتی و مشاهده‌ای به صورت روابط (۱۰) و (۱۱) استفاده شد.

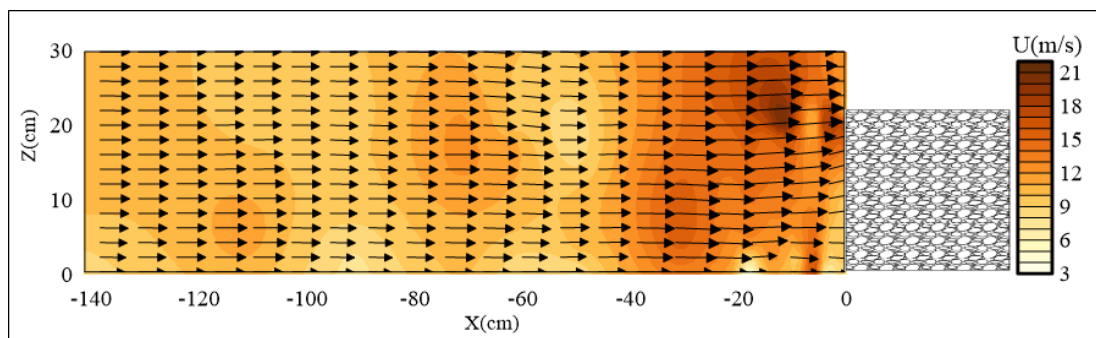
$$R^2 = \frac{\sum O_i N_i - \frac{1}{n} \sum O_i \sum N_i}{(\sum O_i^2 - \frac{1}{n} (\sum O_i)^2) (\sum N_i^2 - \frac{1}{n} (\sum N_i)^2)} \quad (10)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{(O_i - N_i)^2}{n}} \quad (11)$$

که در آنها O_i مقدار مشاهده‌ای، N_i مقدار محاسباتی و n تعداد مشاهدات می‌باشد.

نتایج و بحث

در شکل (۵) خطوط هم‌سرعت طولی و توزیع قائم سرعت طولی در بالادست سرریز با استفاده از داده‌برداری سرعت از طریق سرعت‌سنج صوتی با استفاده از نرم‌افزار Surfer برای طول سرریز ۳۰ سانتی‌متر و تخلخل ۴۱ درصد ترسیم شد. توزیع قائم سرعت طولی نشان می‌دهد که میدان برداری سرعت متأثر از تخلخل سازه گابیونی است. در بالادست سرریز، میانگین سرعت روندی افزایشی دارد، اما آهنگ شتاب



شکل ۵- نیمرخ قائم بردارهای سرعت طولی برحسب عمق در بالادست



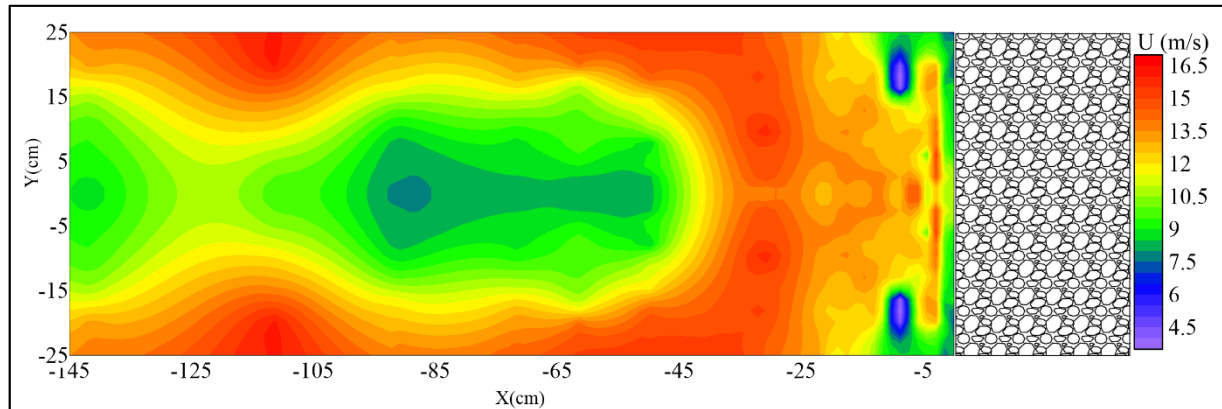
شکل ۶- تشکیل جریان آشفته و چرخشی در پایین دست سرریز

جریان برگشتی در بالادست ضعیف‌تر است اما تغییرات عمقی سرعت نسبت به حالت بدون گابیون متفاوت می‌باشد. در چنین شرایطی، افزایش سرعت در نزدیکی سرریز عمدتاً ناشی از جدایش جریان از جدارها و نازک شدن لایه مرزی است که منجر به شتاب‌گیری جریان و افزایش عدد فرود تا محدوده جریان فوق‌بحرانی می‌شود. در مقابل، سرریزهای

براساس شکل (۷) که با استفاده از نرم‌افزار Surfer استخراج شده است، جریان در بالادست سرریز لبه‌پهن گابیونی الگوی نسبتاً پایدار داشته و توزیع مؤلفه طولی سرعت با گرادینان‌های مشخصی در راستای طولی و عرضی همراه است. در سرریزهای با بدنه متخلخل، به دلیل عبور بخشی از جریان از میان مصالح گابیونی، نسبت به سرریزهای صلب پدیده

نفوذناپذیر با ایجاد مانع کامل در برابر جریان، موجب شکل‌گیری جریان برگشتی و تداخل با جریان پیش‌رونده شده که این پدیده خود سبب افزایش موضعی سرعت و ایجاد ناپایداری هیدرولیکی در بالادست می‌شود. همچنین کاهش

سرعت در نزدیکی جداره‌ها در سرریزهای گابیونی، بیشتر ناشی از توزیع غیریکنواخت تنش‌های برشی و اثرات سه‌بعدی جریان از جمله لایه‌های مرزی عرضی و جریان‌های ثانویه می‌باشد.



شکل ۷- کانتور توزیع مؤلفه طولی سرعت (u) در صفحه X-Y بالادست سرریز لبه پهن گابیونی در عمق ۱۵ سانتی‌متری

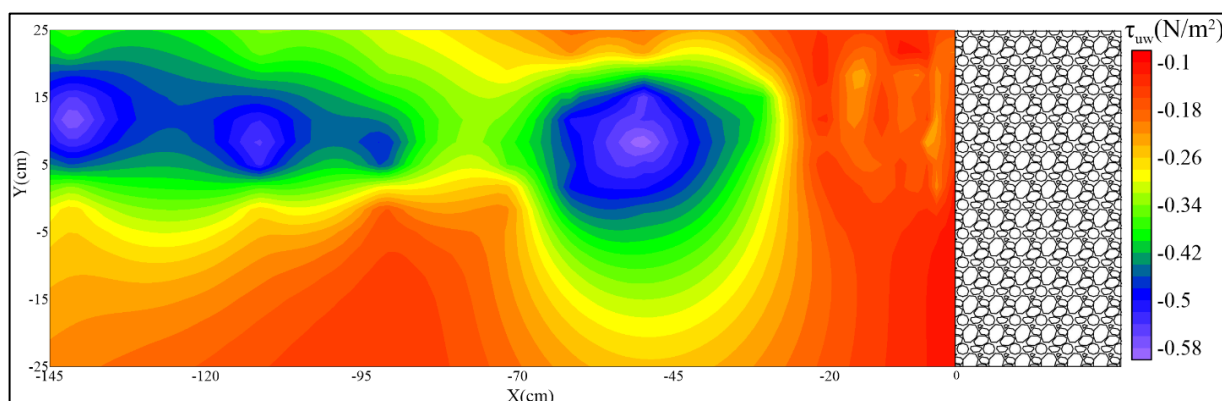
تنش برشی رینولدز

در جریان‌های آشسته به دلیل تشکیل گردابه‌ها، تنش برشی رینولدز (RSS) حاصل می‌شود (هروی و همکاران ۱۴۰۳). در این شرایط ذرات سیال با حرکت تصادفی و نرخ جابه‌جایی یک‌دوره سیال بین لایه‌ها به‌عنوان شار مومنتوم معرفی می‌شود و با نام اختصاری RSS در صفحه XZ به‌صورت معادله‌های (۱۲) و (۱۳) تعریف می‌شود (Sahu و همکاران ۲۰۲۳).

$$\tau_{uw} = -\rho \overline{u'w'} \quad (12)$$

$$\overline{u'w'} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(w_i - \bar{w}) \quad (13)$$

که در آن u' ، w' نوسان‌های سرعت، ρ چگالی سیال، u_i ، w_i به ترتیب نشان‌دهنده مؤلفه سرعت سیال در جهت طولی و عرضی و $\bar{u}$ ، $\bar{w}$ میانگین زمانی مؤلفه‌های سرعت می‌باشند.



شکل ۸- تنش برشی رینولدز در بالادست سرریز لبه پهن گابیونی در عمق ۱۵ سانتی‌متری

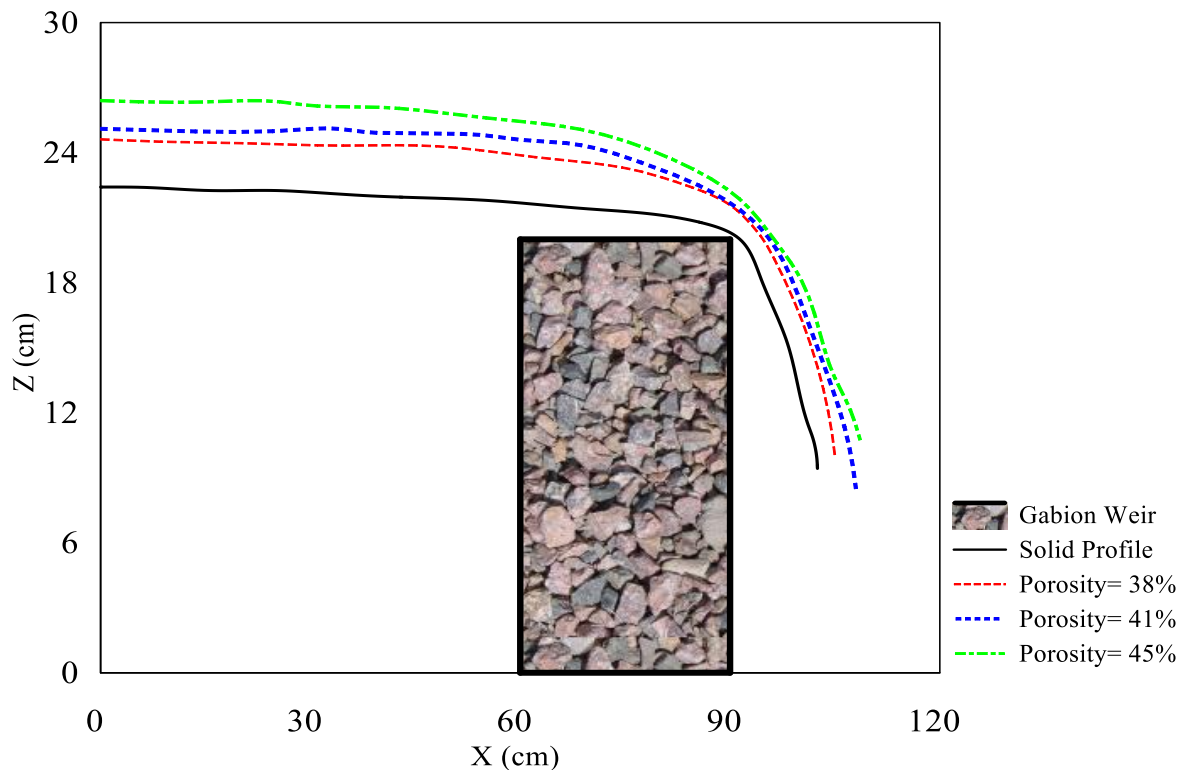
بررسی تغییرات تراز سطح آب

برای بررسی اثر تغییر اندازه مصالح و همچنین افزایش طول گابیون، پروفیل سطح آب در هر مرحله، از طریق تصویربرداری ثبت شد. شکل‌های (۹ و ۱۰) پروفیل سطح آب در طول سرریز

با تخلخل‌های مختلف در شرایط جریان آزاد اندازه‌گیری شده را نشان می‌دهد. باتوجه‌به شکل (۵) با افزایش اندازه مصالح سرریز گابیونی برای یک دبی مشخص به دلیل مقاومت کمتر در برابر جریان و عبور بیشتر جریان از درون سرریز نوع جریان

عبوری متفاوت خواهد بود؛ بنابراین برای ایجاد جریان کاملاً روگذر با افزایش اندازه دانه‌بندی نیاز به افزایش دبی خواهد بود که متناظر است با بار آبی ثابت در دبی کمتر در دانه‌بندی ریزتر است. به‌طور کلی بیشترین بار آبی برای مصالح درشت

دانه کمترین بار آبی مربوط به مصالح ریزدانه است. همچنین با مقایسه نیم‌رخ‌های سطح آب با نیم‌رخ سطح آب مدل نفوذناپذیر مشاهده می‌شود بار آبی بیشتری نسبت به سرریز نفوذ پذیر دارد.



شکل ۹- پروفیل سطح آب بر روی سرریز گابیونی و صلب با طول ۳۰ سانتی‌متر

شکل (۱۰) پروفیل‌های سطح آب در شرایط افزایش طول سرریز را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است با ثابت بودن مقادیر دبی، افزایش طول سرریز سبب افزایش بار آبی در بالادست شده است. این امر به سبب کاهش جریان عبوری از درون سرریز به علت افزایش مقاومت ناشی از افزایش طول سرریز است. لذا بیشترین بار آبی برای مصالح درشت‌تر با تخلخل ۴۵ درصد و کمترین بار آبی مربوط به مصالح ریزتر با تخلخل ۳۸ درصد است.

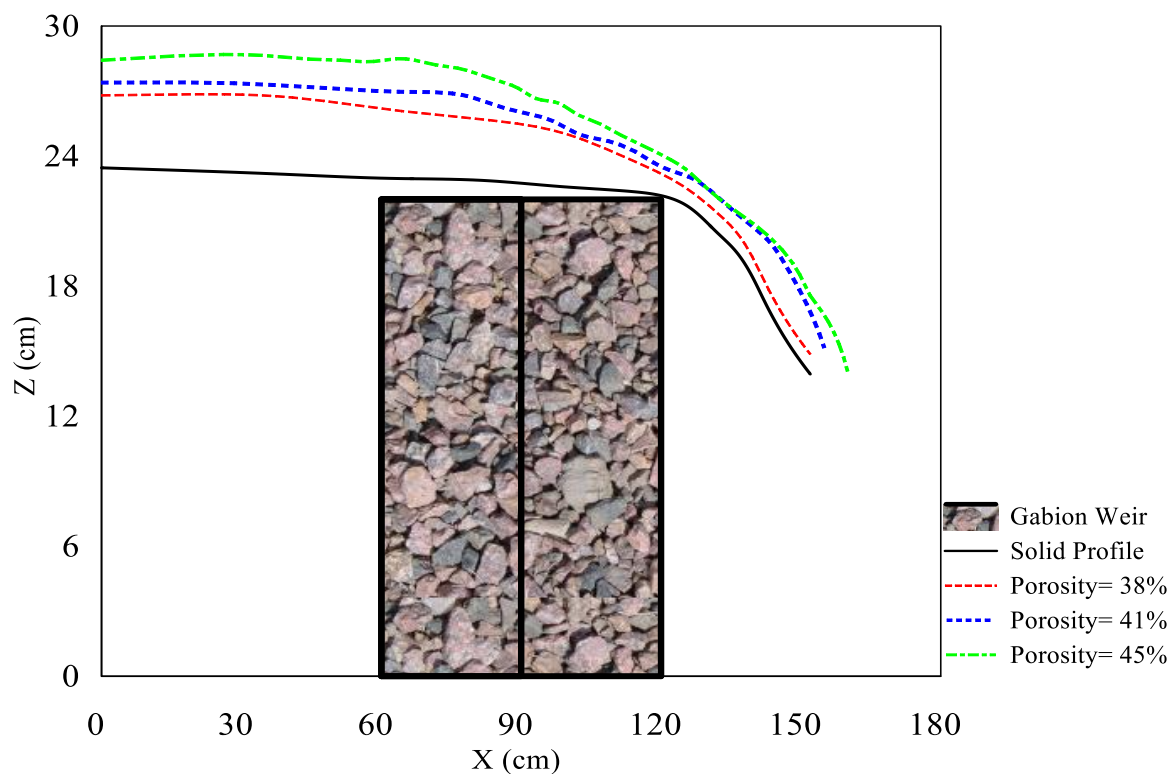
ضریب دبی سرریز لبه پهن مستطیلی گابیونی

شکل‌های (۱۱ و ۱۲) رابطه بین دبی جریان از روی سرریز را در برابر نسبت عمق بالادست به طول سرریز در شرایط آزاد جریان نشان می‌دهد. تاثیرپذیری سرریز گابیونی در اثر تغییرات $\frac{H}{L}$ در شرایط جریان آزاد، کمتر است زیرا تقسیم جریان به دو قسمت روگذر و درون گذر اجازه می‌دهد ضمن عبور دبی بیشتر، ضریب دبی نیز تقریباً از یک مقدار ثابتی برخوردار شود.

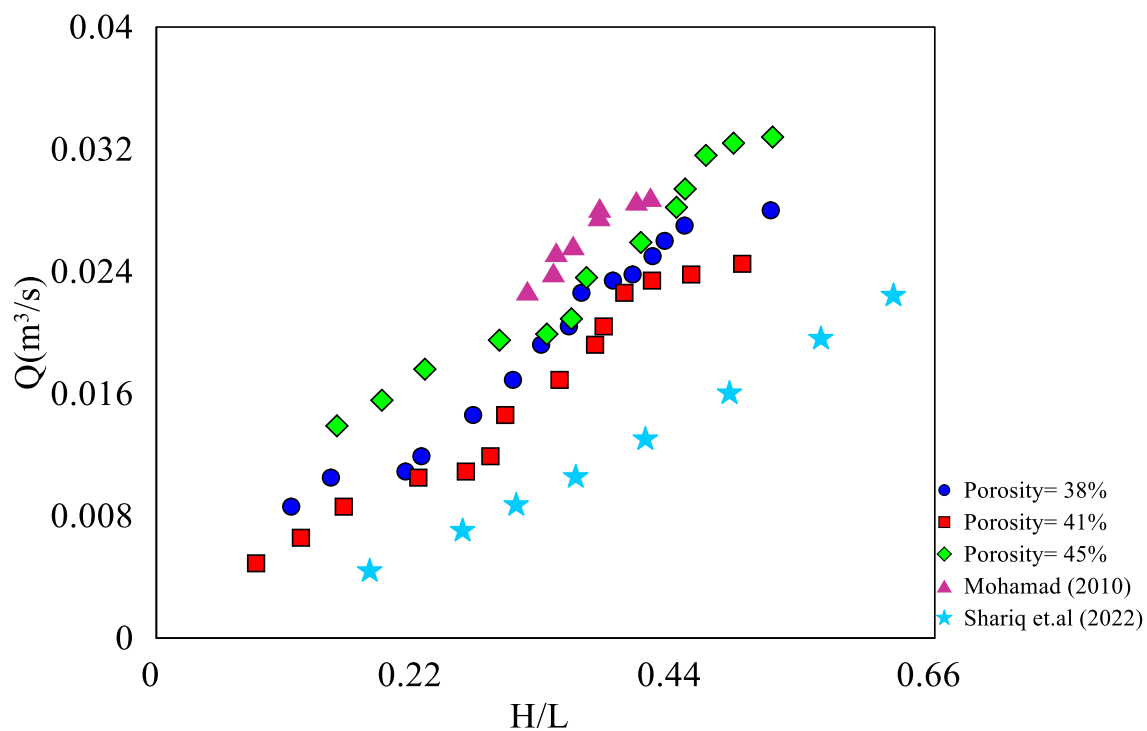
Mohamed (۲۰۱۰) در پژوهشی بر روی سرریز گابیونی، به ازای طول سرریز ۲۰ سانتی‌متر با متوسط دانه‌بندی‌های ۰/۷، ۰/۲۸ و ۲/۹ سانتی‌متر، ضریب دبی سرریز گابیونی مقادیر بین ۰/۶

تا ۰/۸ را ارائه داد که از مقادیر معمول بسیار کمتر است. همچنین Shariq و همکاران (۲۰۲۲) به ازاء طول سرریز ۳۰ سانتی‌متر با متوسط دانه‌بندی‌های ۴/۶ و ۵/۷ سانتی‌متر، ضریب دبی سرریز را تقریباً ۰/۶۵ محاسبه کردند که از مقادیر معمول بسیار کمتر است.

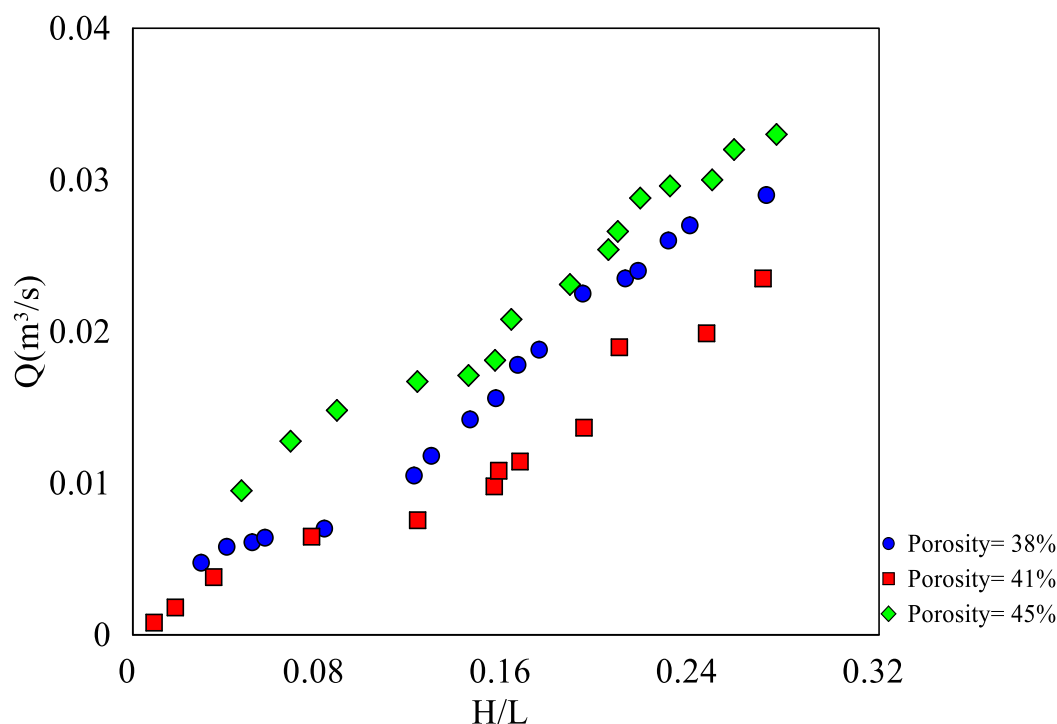
از طرفی مقایسه داده‌های آزمایشگاهی مقادیر دبی سرریزهای لبه پهن صلب و گابیونی نشان می‌دهد، به دلیل عبور جریان از داخل محیط متخلخل به ازای ارتفاع آب کمتر نسبت به سرریز لبه پهن صلب، دبی بیشتری را عبور داده لذا ضریب دبی مدل نفوذناپذیر همواره کمتر از مدل گابیونی بوده و با افزایش اندازه دانه‌بندی این ضریب روند افزایشی خواهد داشت که روند این تغییرات با نتایج سایر پژوهشگران (Mohammad، ۲۰۱۰؛ Shariq و همکاران، ۲۰۲۲؛ Biabani و همکاران، ۲۰۲۲) همخوانی دارد. شکل‌های (۱۳ و ۱۴) مقایسه ضریب دبی محاسباتی با تخلخل‌های مختلف را در پژوهش حاضر، با مطالعات این پژوهشگران نشان می‌دهد.



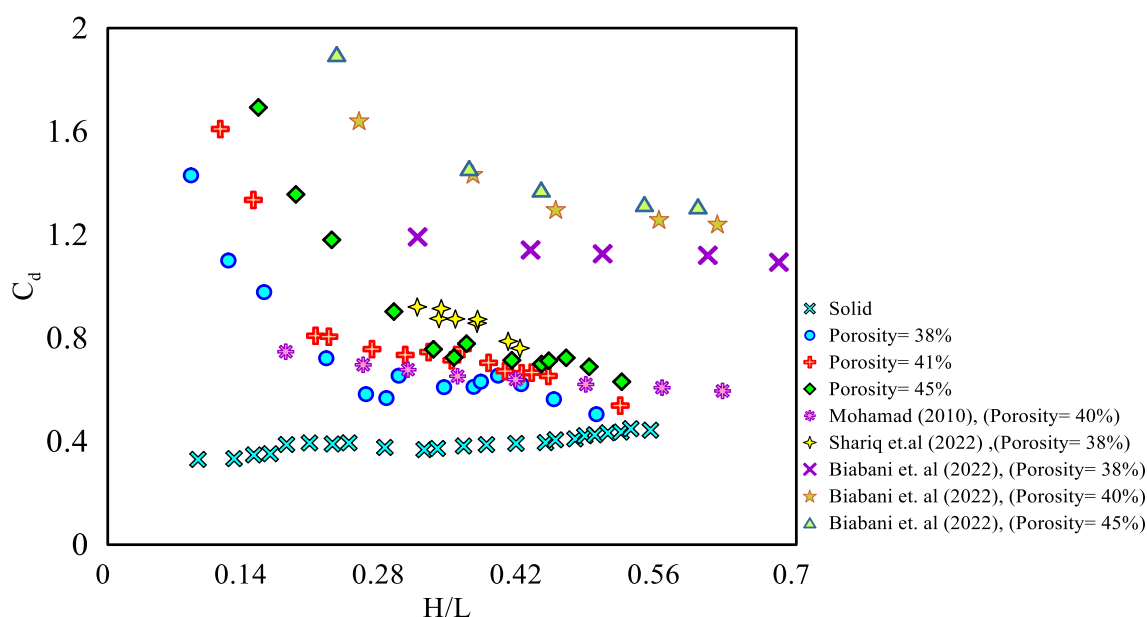
شکل ۱۰- پروفیل سطح آب بر روی سرریز گابیونی و صلب با طول ۶۰ سانتی‌متر



شکل ۱۱- تغییرات دبی نسبت به $(\frac{H}{L})$ برای طول سرریز ۳۰ سانتی‌متر



شکل ۱۲- تغییرات دبی نسبت به $(\frac{H}{L})$ برای طول سرریز ۶۰ سانتی‌متر



شکل ۱۳- تغییرات ضریب دبی نسبت به $(\frac{H}{L})$ با طول سرریز ۳۰ سانتی‌متر

تحلیل آماری برای ارزیابی دقت معادلات (۱۴) و (۱۵) برای سرریزهای گابیونی با طول‌های ۰/۳ و ۰/۶ متر انجام شد. شاخص‌های آماری مختلفی از جمله ضریب تعیین (R^2), جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) به کار گرفته شدند. مقدار این شاخص‌ها برای طول سرریز گابیونی ۰/۳ متر به ترتیب برابر ۰/۹۵، ۰/۶۸ و برای طول سرریز ۰/۶ متر به ترتیب برابر ۰/۹۶ و ۰/۱۳۷ به دست آمد.

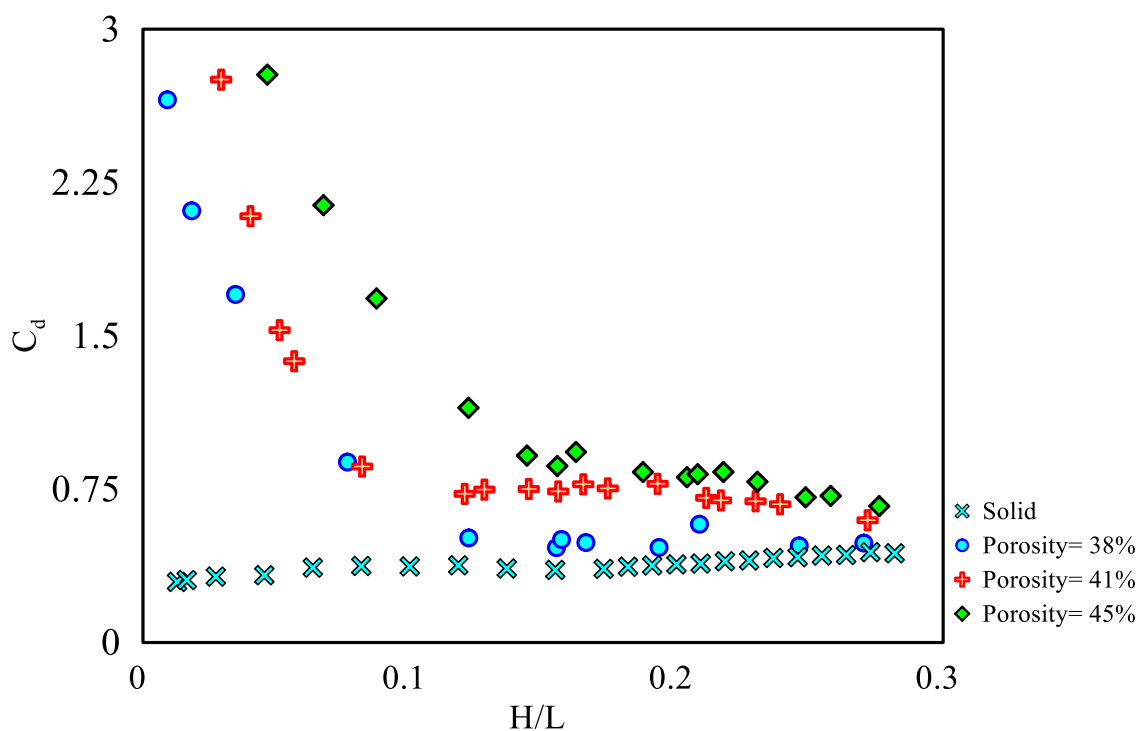
نرم‌افزار GeneXproTools با بهره‌گیری از تکنیک برنامه‌نویسی بیان ژن (GEP) به کار گرفته شد تا رابطه میان پارامترهای بی‌بعد تعیین شود.

$$C_d = 3.75 \left(\frac{H}{L} \right)^3 + \left(\frac{d_{50}}{H} \right)^2 - 2 \frac{H}{L} + \frac{d_{50}}{H} + 1.012 \quad (14)$$

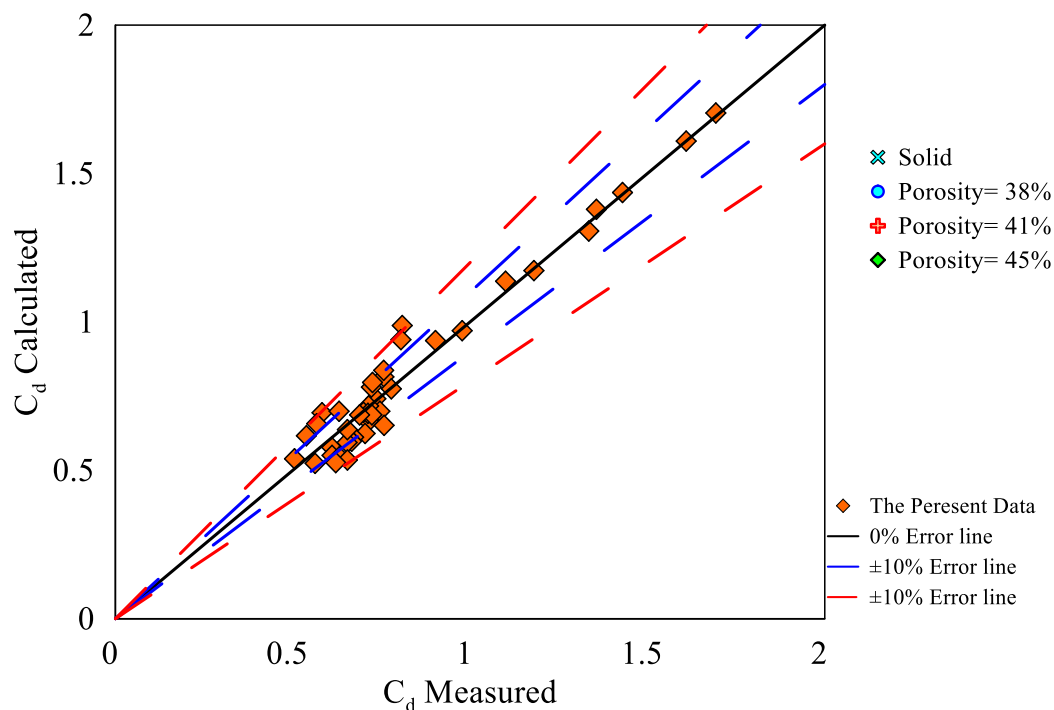
$$C_d = 2 \left(\frac{H}{L} \right)^3 + 1.762 \left(\frac{H}{L} \right)^2 - \left(\frac{d_{50}}{H} \right)^2 - 3.377 \frac{d_{50}}{H} + 0.240 \frac{1}{L} - 0.0576 \quad (15)$$

محاسبه با استفاده از رابطه‌های (۱۶) و (۱۷) خطاهایی در محدوده $\pm 10\%$ و $\pm 20\%$ نشان می‌دهند.

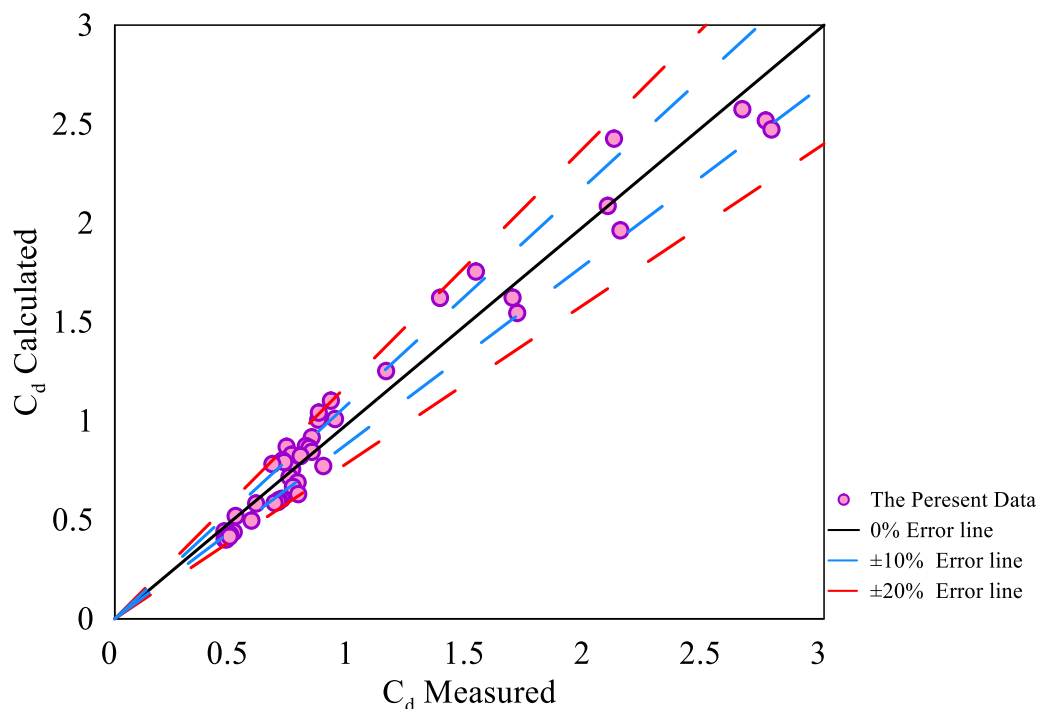
شکل‌های (۱۴ و ۱۵) به ترتیب برای طول سرریز گابیونی 0.3 m و 0.6 m ، درجه بالایی از انطباق با خط کامل (خط ۴۵) را نشان می‌دهد، به‌طوری‌که تقریباً 95% از مجموعه داده‌ها هنگام



شکل ۱۴- تغییرات ضریب دبی نسبت به $(\frac{H}{L})$ با طول سرریز 60 سانتی‌متر



شکل ۱۵- ارزیابی مقادیر ضریب C_d برآورد شده نسبت به مشاهداتی (سرریز با طول 0.3 متر)



شکل ۱۶- ارزیابی مقادیر ضریب C_d برآورد شده نسبت به مشاهداتی (سرریز با طول ۰/۶ متر)

منابع

اسماعیلی، سیدعلیرضا، و گوهری، سعید، و حیدری، مجید. (۱۴۰۱). بررسی عوامل موثر در انتقال رسوب در جریان غیرماندگار. مهندسی عمران شریف، ۳۸/۲ (۱/۱)، ۱۴۵-۱۵۵.

<https://doi.org/10.24200/j30.2021.58434.2978>

هروی، زهرا، و اژدری مقدم، مهدی، و اسماعیلی، کاظم، و گیوه چی، محمد، و بحرپیما، عبدالحمید. (۱۴۰۳). ارزیابی آزمایشگاهی عملکرد طرح جدید مدل‌های محافظ بستر (F-jacks) در اطراف پایه پل بر اصلاح الگوی جریان. نشریه هیدرولیک، ۱۹ (۱)، ۶۷-۸۷.

<https://doi.org/10.30482/jhyd.2023.395247.16>

۴۳

Azamathulla, H. M., Ghani, A. A., Zakaria, N. A., & Guven, A. (2010). Genetic programming to predict bridge pier scour. Journal of Hydraulic Engineering, 136(3), 165-169.

[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000133](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000133).

Biabani, R., Salmasi, F., Nouri, M., & Abraham, J. (2022). Flow over embankment gabion weirs in free flow conditions. Journal of Hydro-Environment Research, 44, 65-76.

<https://doi.org/10.1016/j.jher.2022.03.003>.

Chanson, H. (2006). Discussion of "Discharge through a permeable rubble mound weir" by

نتیجه‌گیری

در این پژوهش با هدف بررسی آزمایشگاهی جریان عبوری از روی سرریزهای با محیط متخلخل ۶ مدل از این نوع سرریز و ۲ مدل سرریز صلب استفاده شد. شرایط جریان بالادست سرریز گابیونی با سرعت‌سنج صوتی (ADV) اندازه‌گیری شد. خلاصه نتایج به شرح زیر است.

نتایج پروفیل قائم سرعت طولی استخراج‌شده نشان می‌دهد، بیشترین سرعت طولی در سطح جریان اتفاق می‌افتد. در بالادست سازه، تنش برشی رینولدز به‌طور نسبتاً خطی در نزدیکی سطح جریان تغییر می‌کند. با افزایش تخلخل سازه، محل بیشینه تنش برشی رینولدز به سمت پایین دست جابه‌جا می‌شود و مقدار بیشینه تنش برشی رینولدز کاهش می‌یابد.

مقادیر ضریب دبی سرریز گابیونی لبه پهن از مقادیر مربوط به ضریب سرریز صلب لبه پهن به‌صورت قابل ملاحظه‌ای بیشتر است. به‌طوری‌که ضریب دبی سرریز گابیونی برای طول ۳۰ سانتی‌متر با تخلخل‌های ۳۸، ۴۲ و ۴۵ درصد به‌طور میانگین به ترتیب برابر ۰/۷۳، ۰/۸۱ و ۰/۸۹ و برای طول ۶۰ سانتی‌متر هم به ترتیب ۰/۹۵، ۱/۰ و ۱/۱ است.

در نتایج بررسی شاخص‌های ارزیابی در روش بیان ژن نشان داد رابطه‌های تعریف شده برای طول‌های مختلف سرریز گابیونی، با ضریب تعیین ۹۵ درصد می‌تواند به‌طور کارآمدی برای برآورد دبی سرریز گابیونی و معادله سرریز لبه پهن استفاده شود.

- <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2008.03.004>.
- Michioku, K., Maeno, S., Furusawa, T., & Haneda, M. (2005). Discharge through a permeable rubble mound weir. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(1), 1-10. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2005\)131:1\(1\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2005)131:1(1)).
- Mohamed, H. I. (2010). Flow over gabion weirs. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 136(8), 573-577. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)IR.1943-4774.0000217](https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000217).
- Rahmanshahi, M., & Shafai Bejestan, M. (2020). Gene-expression programming approach for development of a mathematical model of energy dissipation on block ramps. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 146(2), 04019033. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)IR.1943-4774.0001426](https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001426).
- Roushangar, K., Akhgar, S., Salmasi, F., & Shiri, J. (2014). Modeling energy dissipation over stepped spillways using machine learning approaches. *Journal of Hydrology*, 508, 254-265. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.10.053>.
- Safarzadeh, A., & Mohajeri, S. H. (2018). Hydrodynamics of rectangular broad-crested porous weirs. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 144(10), 04018028. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)IR.1943-4774.0001347](https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001347).
- Sahu, C., Eldho, T. I., & Mazumder, B. S. (2023). Experimental study of flow hydrodynamics around circular cylinder arrangements using particle image velocimetry. *Journal of Fluids Engineering*, 145(1), 011302. <https://doi.org/10.1115/1.4056024>.
- Salmasi, F., & Abraham, J. (2020). Discussion of "Hydrodynamics of rectangular broad-crested porous weirs" by Akbar Safarzadeh and Seyed Hossein Mohajeri. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 146(4), 07020003. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)IR.1943-4774.0001450](https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001450).
- Kohji Michioku, Shiro Maeno, Takaaki Furusawa, and Masanori Haneda. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(4), 432-433. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2006\)132:4\(432\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2006)132:4(432)).
- Dhahir, F. M., & Mohammed-Hasan, A. M. (2017). Using of hydraulic jump characteristics as criterion for energy dissipation in rectangular gabion weir. *International Journal of Advanced Research*, 5(7), 268-276. <https://doi.org/10.21474/IJAR01/4953>.
- Ergun, S. (1952). *Fluid flow through packed columns*. Chemical Engineering Progress, 48(2), 89-94.
- Fathi-Moghaddam, M., Sadrabadi, M. T., & Rahmanshahi, M. (2018). Numerical simulation of the hydraulic performance of triangular and trapezoidal gabion weirs in free flow condition. *Flow Measurement and Instrumentation*, 62, 93-104. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2018.05.005>.
- Heravi, Z., Moghaddam, M. A., Esmaili, K., Givehchi, M., & Bahrpeyma, A. (2024). Impact of installing new scour prevention countermeasure (F-jacks) around bridge pier on flow pattern and scour control. *Ocean Engineering*, 313, 119326. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.112838>.
- Kim, S., Singh, V. P., & Seo, Y. (2014). Evaluation of pan evaporation modeling with two different neural networks and weather station data. *Theoretical and Applied Climatology*, 117(1), 1-13. <https://doi.org/10.1007/s00704-013-0985-y>.
- Khatibi, R., Salmasi, F., Ghorbani, M. A., & Asadi, H. (2014). Modelling energy dissipation over stepped-gabion weirs by artificial intelligence. *Water Resources Management*, 28(7), 1807-1821. <https://doi.org/10.1007/s11269-014-0595-z>.
- Leu, J. M., Chan, H. C., & Chu, M. S. (2008). Comparison of turbulent flow over solid and porous structures mounted on the bottom of a rectangular channel. *Flow Measurement and Instrumentation*, 19(6), 331-337.

- and Instrumentation, 74, 101769. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2020.101769>.
- Shariq, A., Hussain, A., & Ahmad, Z. (2022). Flow over gabion weir under free and submerged flow conditions. Flow Measurement and Instrumentation, 86, 102199. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2022.102199>.
- Yue, Z., Zhou, W., & Li, T. (2021). Impact of the Indian Ocean dipole on evolution of the subsequent ENSO: Relative roles of dynamic and thermodynamic processes. Journal of Climate, 34(9), 3591–3607. <https://doi.org/10.1175/JCLI-D-20-0663.1>.
- Zahiri, A., & Najafzadeh, M. (2018). Optimized expressions to evaluate the flow discharge in main channels and floodplains using evolutionary computing and model classification. International Journal of River Basin Management, 16(1), 123–132. <https://doi.org/10.1080/15715124.2017.1372442>.
- Salmasi, F., Sabahi, N., & Abraham, J. (2021a). Discharge coefficients for rectangular broad-crested gabion weirs: Experimental study. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 147(3), 04021001. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)IR.1943-4774.0001487](https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001487).
- Salmasi, F., Sattari, M. T., & Nurcheshmeh, M. (2021b). Genetic programming approach for estimating energy dissipation of flow over cascade spillways. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering, 45(1), 443–455. <https://doi.org/10.1007/s40996-020-00541-3>.
- Sargison, J. E., & Percy, A. (2009). Hydraulics of broad-crested weirs with varying side slopes. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 135(1), 115–118. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(2009\)135:1\(115\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(2009)135:1(115)).
- Shariq, A., Hussain, A., & Ahmad, Z. (2020). Discharge equation for the gabion weir under through flow condition. Flow Measurement