

A Historical Review of Turbulence Flow Modeling and Simulation in Hydraulics

M. Oskouhi¹, K. Esmaili^{2*}

1, 2- Ph.D. Student and Associate Professor, Department of Water Science and Engineering, Faculty of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

*(Corresponding author Email: esmaili@um.ac.ir)

Received: 29-11-2017

Accepted: 31-07-2018

تکامل تاریخی مدل‌سازی و شبیه‌سازی جریان‌های متلاطم در هیدرولیک

مائده اسکوهی^۱، کاظم اسماعیلی^{۲*}

۱ و ۲- به ترتیب دانشجوی دکتری علوم و مهندسی آب، سازه‌های آبی و دانشیار گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد.

*(نویسنده مسئول، E-Mail: esmaili@um.ac.ir)

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۹/۰۱

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۵/۰۹

Abstract

This paper reviews from a historical perspective the various methods for treating and simulating turbulence. After highlighting the main characteristic features of turbulence and its role in hydraulics, a necessary brief overview is given of the main methods used in hydraulic flow calculations for dealing with turbulence and its effects. These are 1) empirical relations, 2) solution methods for the Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS), 3) Direct Numerical Simulations (DNS), and 4) Large-Eddy Simulations (LES). Brief comments are made on the historical development of different methods. Moreover, some application examples are presented for RANS, DNS, and LES methods.

Keywords: Turbulent flow, Modeling, Empirical relations, RANS model, Direct Numerical Simulation, Large-Eddy Simulation.

چکیده

در این پژوهش به بررسی روش‌های مختلف شبیه‌سازی آشفتگی جریان پرداخته شده است. پس از مشخص نمودن ویژگی‌های اصلی آشفتگی و نقش آن در هیدرولیک، بررسی مختصری از روش‌های اصلی در محاسبات آشفتگی جریان هیدرولیکی ارائه شده است. این روش‌ها عبارت است از: ۱- روابط تجربی، ۲- روش‌های حل معادلات ناویر-استوکس (RANS)، ۳- شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS) و ۴- شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (LES). نظرات مختصر در مورد توسعه تاریخی روش‌های مختلف ارائه شده است. برای روش‌های RANS، DNS و LES برخی از نمونه‌های کاربردی ارائه شد که بیانگر توسعه مدل‌های عددی در طی زمان می‌باشد و پیشرفت شگرفی داشته است.

واژه‌های کلیدی: جریان آشفته، مدل‌سازی، روابط تجربی، مدل RANS، شبیه‌سازی عددی مستقیم، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ.

رینولدز بزرگ است. نوسانات آشفته به طور قابل ملاحظه‌ای برای انتقال حرکت، گرما و جرم در جریان‌های هیدرولیکی نمایان می‌باشد. آشفتگی تأثیر تعیین‌کننده‌ای بر سرعت، درجه حرارت و توزیع غلظت آب و همچنین توسعه جریان، نیروها، انتقال حرارت، رقیق کردن آلاینده‌ها، انتقال رسوبات و ... دارد. وجود و اهمیت تلاطم از مدت‌ها قبل شناخته شده است و توسط دانشمندان و پژوهشگران مورد مطالعه قرار گرفته است (جدول ۱).

• تعریف آشفتگی

در مکانیک سیالات و هیدرولیک تمام جابه‌جایی‌های ژئوفیزیک یا آن‌هایی که توسط انسان به وجود آمده است، آشفته هستند. جریان آشفته شامل حرکت‌های بسیار نوسانی و به صورت سه‌بعدی می‌باشد. به‌طور کلی در جریان‌های آشفته اختلالاتی توسط مرزهای نامنظم به وجود می‌آید و در این جریان عدد

جدول ۱- نظرات محققان و ارائه روابط در زمینه وجود و اهمیت جریان‌های متلاطم

محقق	نحوه توسعه مدل‌های آشفتگی	توضیحات
Chezy (۱۷۷۰)	ارائه اولین قانون اصطکاک (ارائه یک ضریب اصطکاک بی‌بعد که به عدد رینولدز و زبری دیوار بستگی دارد)	رابطه ارائه شده توسط Chezy نزدیک به فرمول داریسی ویسباخ ^۱ معرفی شده در اواسط قرن نوزدهم است.
Gauckler (۱۸۶۸)	ارائه فرمول تجربی (GMS)	این فرمول توسط Gauckler (۱۸۶۸)
Manning (۱۸۸۹)		و سپس به‌طور مستقل توسط Manning (۱۸۸۹)
Strickler (۱۹۲۳)		معرفی شد و توسط Strickler (۱۹۲۳) اثبات شد.
Boussinesq (۱۸۷۷)	ارائه رفتار آشفتگی با استفاده از ویسکوزیته افزایش‌یافته مصنوعی	رابطه ارائه شده پایه و مبنا در مفهوم ویسکوزیته گردابه‌ای است.
Reynolds (۱۸۹۵)	ارائه پایه‌های آماری رفتار آشفتگی با به‌دست آوردن معادلات میانگین	در این روش مقدار میانگین زمانی برای کمیت‌ها تعریف شده است.
Moody (۱۹۴۴)	ارائه نمودار مودی	به عدد رینولدز، فاکتور اصطکاک و زبری نسبی جداره بستگی دارد.
Rouse (۱۹۴۶)	ارائه رفتار آشفتگی جریان	-
Prandtl (۱۹۲۵)	ارائه مدل طول اختلاط	برای جریان‌های ساده می‌توان l_m را با روابط تجربی ساده‌ای بیان نمود. مدل طول اختلاط توصیف تجربی از مقیاس طولی آشفتگی می‌باشد.
Meyer-Peter و Müller (۱۹۴۸)	ارائه فرمول‌هایی برای انتقال رسوب بارهای معلق و بستر	در فرمول ارائه شده برای انتقال رسوب بار بستر، رسوب بستر درشت‌دانه و از نوع Gravel می‌باشد.
van Rijn (۱۹۹۳)		
Elder (۱۹۵۹)	ارائه ساده‌ترین مدل برای محاسبه آشفتگی تولید شده در بستر	-
Mellor و Yamada (۱۹۸۲)	ارائه مدل k-kl	برای پیش‌بینی توسعه لایه مرزی استفاده می‌شود. این مدل می‌تواند به‌طور مؤثر برای انتقال از لایه مرزی آرام به یک رژیم آشفته مورد استفاده قرار گیرد.
Rodi و Chen (۱۹۸۰)	ارائه رابطه تجربی برای برآورد افزایش ذرات در یک محیط طبقه‌بندی شده ثابت	-
List (۱۹۸۶)		
Patterson و Imberger (۱۹۸۱)	ارائه برنامه DYRESM برای پیش‌بینی دما در عمق و توزیع شوری در دریاچه‌ها	-
ASCE (۱۹۸۸) و Rodi (۱۹۸۰ و ۱۹۹۳b)	ارائه معادلات ناویر-استوکس	مدل ریاضی حاکم بر دینامیک سیالات می‌باشد.
Rodi (۱۹۸۷ و ۱۹۹۳b)	ارائه مدل k-ε	معروف‌ترین مدل دو معادله‌ای است. میدان آشفتگی بر حسب دو متغیر k و ε بیان می‌شود.
Wilcox (۱۹۹۳)	ارائه مدل k-ω	ω برای فرکانس آشفتگی استفاده می‌شود.

محقق	نحوه توسعه مدل‌های آشفتگی	توضیحات
Rodi (۱۹۸۷ و ۱۹۹۳b)	ارائه مدل‌های معادله شار/معادله تنش شار / معادله جبری تنش	مدل‌های جبری جواب‌های دقیقی برای جریان‌های ساده دارند.
Menter (۱۹۹۴)	ارائه مدل Menter SST	مدل دو معادله‌ای ویسکوزیته گردابه‌ای است که بسیار متداول است.
Johansson و Wallin (۲۰۰۰)	ارائه پیشرفته‌ترین مدل صریح جبری تنش	-
Burchard (۲۰۰۲)	بررسی مدل‌سازی RANS برای آب دریا	-
Lyn (۲۰۰۸)	ارائه روابطی برای محاسبه انتقال رسوب	-
Egorov و Menter (۲۰۱۰)	ارائه روش SAS	-
Prandtl, Von Karman و Taylor (دهه اول قرن بیستم)	پیشنهاد مدل‌های ساده برای محاسبه اثرات آشفتگی	-

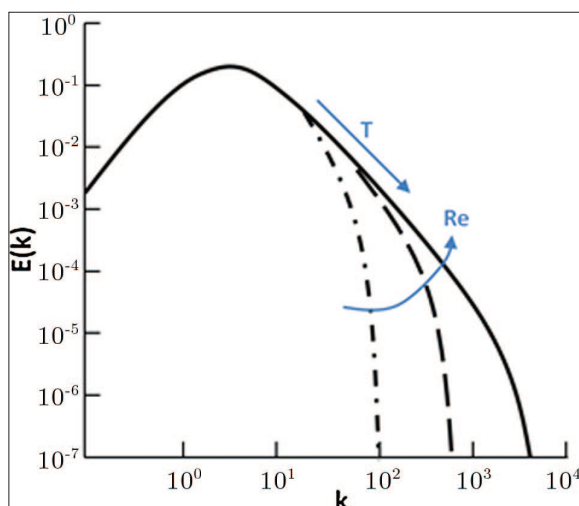
در نیمه دوم قرن نوزدهم مطالعات سیستماتیک در مورد آشفتگی آغاز شد که اولین تلاش برای توصیف این پدیده بود. Reynolds (۱۸۹۵) پایه‌های آماری رفتار آشفتگی را با به دست آوردن معادلات میانگین بنا نهاد. رینولدز شامل یک گروه بدون بعد برای شروع و اهمیت آشفتگی (جریان در لوله) بوده است. پیش از آن Boussinesq (۱۸۷۷) پیشنهاد داده بود که رفتار آشفتگی را با استفاده از یک ویسکوزیته افزایش یافته مصنوعی در معادلات حاکم ارائه دهد. در دهه اول قرن بیستم Von Prandtl, Karman و Taylor اولین کسانی بودند که در دانش آشفتگی جریان پیشرفت نمودند و توانستند مدل‌های ساده برای محاسبه اثرات آن پیشنهاد نمایند. تا زمان ظهور رایانه در دهه ۱۹۶۰، این اثرات با استفاده از روش‌های تحلیل یک‌بعدی (۱D) تعیین شده، با فرمول‌های تجربی مقایسه می‌شد. چنین روش‌هایی به خوبی در کتاب مکانیک سیالات مقدماتی Rouse (۱۹۴۶) ارائه شده است. روابط تجربی در عمل و برای حل مشکلات ساده بسیار مفید هستند؛ اما برای موقعیت‌هایی با شرایط مرزی پیچیده، تعامل رژیم‌های مختلف و پدیده‌های مختلف جریان مناسب نمی‌باشند.

در LES حرکت آشفته تنها با مقیاس شبکه عددی حل می‌شود و حرکت نوسانی با مقیاس کوچک‌تر از اندازه مش، توسط مدل، مدل‌سازی می‌شود. در سال‌های اخیر با در دسترس بودن رایانه‌های بسیار قدرتمند و با کارایی بالا، این روش‌ها پیشرفت‌های زیادی را با استفاده از روش LES، به‌ویژه در یک مدل ترکیبی با RANS نمودند و به ابزاری برای محاسبات عملی تبدیل شدند. پیش از ارائه تکامل روش‌های مختلف محاسبه آشفتگی جریان، معرفی مختصری از ویژگی‌های اصلی آشفتگی و نقش ناپایداری در هیدرولیک ارائه شده است.

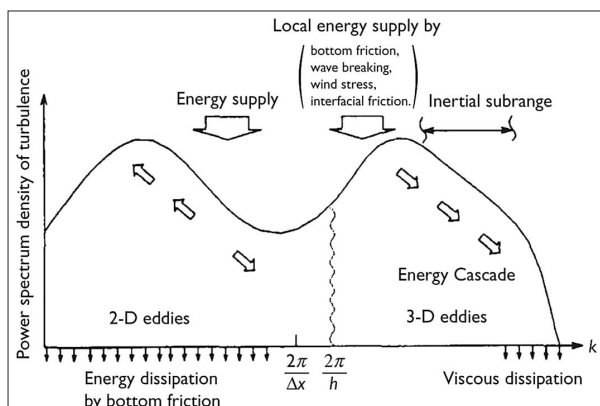
• ویژگی‌های اصلی آشفتگی

آشفتگی یک پدیده بسیار پیچیده است؛ زیرا حرکات آشفته بسیار نامنظم، نوسانی و همیشه به صورت سه‌بعدی (۳D) هستند. نوسانات آشفته باعث مخلوط قوی از تمام مقادیر جریان می‌شوند، به همین دلیل موجب حرکت، گرما و انتقال جرم می‌گردند. تفاوت بین جریان آرام و آشفته در شکل (۱) به صورت تصویری از یک جت سه‌بعدی روی دیواره که در حال گسترش جانبی می‌باشد، نشان داده شده است. در شکل (۲) جریان گردابه‌ای آشفته در سطح مخزن ارائه گردیده است. نوسانات متلاطم مهم‌ترین ویژگی آشفتگی است. حرکات آشفته متشکل از جریان گردابه‌ای می‌باشد که چرخش را تحمل می‌کند. در نتیجه ایجاد گردابه‌های کوچک‌تر و انتقال انرژی جنبشی به آن‌ها تا زمانی که نوسانات توسط نیروهای ویسکوزیته در کوچک‌ترین جریان گردابه‌ای کنترل شوند ادامه دارد که این فرآیند آبشار انرژی نامیده می‌شود. همان‌طور که در شکل (۲) نشان داده شده است، حرکت آشفته شامل طیف گسترده‌ای از اندازه‌های گردابه‌ای می‌باشد.

برای اختلاط به صورت عمودی هستند. حرکات اندک در مقیاس کوچک تصادفی می‌باشند؛ درحالی‌که حرکات نوسانی زیاد در مقیاس بزرگ بستگی به شرایط مرزی دارند و اغلب دارای نظم و برخی رفتارهای همبستگی هستند که ساختارهای یکپارچه را نشان می‌دهند. تکنیک‌های حل جریان‌های گردابه‌ای مانند DNS و LES می‌باشند، که در ادامه به توضیح آن‌ها پرداخته شده است.



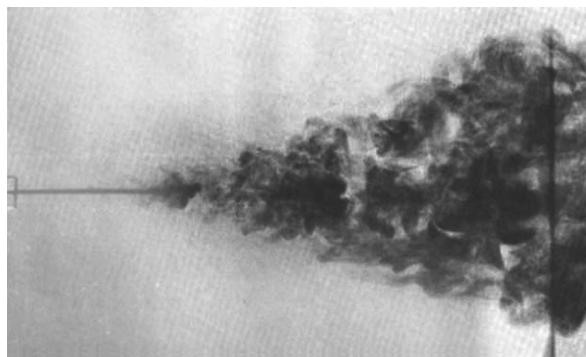
شکل ۳- طیفی از آشفتگی ایزوتروپیک با افزایش عدد رینولدز (Fröhlich, ۲۰۰۶)



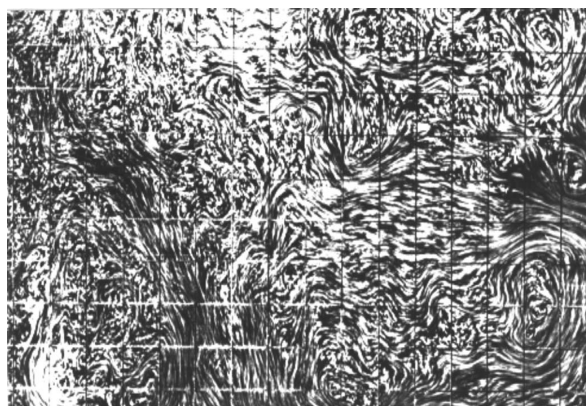
شکل ۴- طیف دوبعدی انرژی در جریان آب کم عمق (Yagi و Nadaoka, ۱۹۹۸)

• نقش آشفتگی در هیدرولیک

آشفتگی در رودخانه‌های طبیعی اغلب به دلیل مرزهای نامنظم و زبری بزرگ بستر رودخانه‌ها، به‌ویژه در شرایط سیلاب با بسترهای گیاهی، به‌وجود می‌آید. آشفتگی به‌وسیله تنش برشی بزرگ در نزدیکی بستر تولید می‌شود و اثر مهمی بر میدان جریان، نیروهای اصطکاک، فشار بر روی سطوح جامد محصور و در نتیجه میزان دبی و سطح آب دارد. آشفتگی ذرات رسوب را



شکل ۱- جت سه‌بعدی روی دیواره (Rodi و Launder, ۱۹۸۳)



شکل ۲- جریان گردابه‌ای آشفته در سطح مخزن (Reinhard Friedrich)

در شکل (۳) یک نمونه از طیف ارائه شده است که توزیع انرژی جنبشی نوسانات آشفته با عدد موج k را نشان می‌دهد و به‌طور معکوس متناسب با اندازه گردابه‌ها است. بزرگترین گردابه‌ها دارای k کوچکتر از دامنه جریان هستند و دارای بیشترین انرژی نوسانی هستند. همچنین گردابه‌های بزرگتر در فرآیند انتقال و در نتیجه اختلاط مؤثرتر هستند. کوچکترین گردابه‌ها با فرکانس‌های نوسانی بالا، توسط ویسکوزیته کنترل می‌شوند و در آن اتلاف انرژی اتفاق می‌افتد. همان‌طور که در شکل (۳) نشان داده شده است عرض طیف با عدد رینولدز و محدوده اتلاف انرژی با عدد موج‌های بالاتر افزایش می‌یابد به‌این‌ترتیب گردابه‌های کوچکتر تغییر می‌کند. در شکل (۴)، شکل دیگری از طیف یعنی طیف دوبعدی که می‌تواند در جریان آب‌های کم عمق وجود داشته باشد، نشان داده شده است. در جریان آب‌های کم عمق به‌دلیل وسعت افقی بدنه آب بسیار بزرگتر از حالت عمودی آن است و اغلب جریان‌های گردابه‌ای افقی دوبعدی می‌توانند با ابعاد قابل توجه بزرگتر از آشفتگی‌های سه‌بعدی ایجاد شده توسط اصطکاک‌های که عمق آب محدود شده است وجود داشته باشند. گردابه‌های دوبعدی بزرگ مسئول اختلاط افقی در جریان‌های کم عمق و گردابه‌های سه‌بعدی بستر

در حالت تعلیق نکه می‌دارد و باعث فرسایش ذرات بستر و کنترل تبادل گاز در سطح آب می‌شود. علاوه بر این آشفتگی موجب رقیق کردن آلاینده‌ها می‌شود. آشفتگی در کانال‌ها، شبکه‌های آب و فاضلاب و همچنین در ماشین‌آلات هیدرولیکی اهمیت کمی ندارد و عامل اصلی ایجاد تلفات می‌باشد. چنین تلفاتی به‌ویژه زمانی قوی است که جداسازی جریان اتفاق می‌افتد به‌طوری‌که آشفتگی زیادی ایجاد می‌شود. در زمان‌های خاص تابش خورشید لایه‌های سطحی را گرم می‌کند و یک طبقه‌بندی پایدار ایجاد می‌شود. در این شرایط جداکننده سطح آب گرم‌تر از سطح آب سردتر زیرین به‌وجود می‌آید. نیروی برشی باد باعث ایجاد آشفتگی در لایه سطحی می‌شود و در لایه سطحی مخلوط قوی و توزیع درجه حرارت نسبتاً یکنواختی ایجاد می‌شود.

• روابط تجربی

تا زمان ظهور رایانه در دهه ۱۹۶۰ اثرات آشفتگی در جریان هیدرولیکی می‌توانست در یک روش تجربی رفتارشان را نشان دهد. اما با استفاده از تجزیه و تحلیل، اطلاعات تجربی به چندین فرمول مفید تبدیل شد که می‌توانست به‌طور مستقیم برای تعیین رفتار جریان مورد استفاده قرار گیرد. Chezy در سال ۱۷۷۰ اولین قانون اصطکاک را معرفی کرد. این قانون نزدیک به فرمول داریسی ویسباخ که در اواسط قرن نوزدهم معرفی شده، است. این قانون مربوط به اصطکاک در مجرای بسته می‌باشد و به شعاع هیدرولیکی، مربع سرعت و یک ضریب اصطکاک بی‌بعد که وابسته به عدد رینولدز و زبری دیوار می‌باشد، بستگی دارد. Moody (۱۹۴۴) این وابستگی را به کمک یک نمودار، که بسیار رایج شده است، ارائه نمود. معادله داریسی ویسباخ می‌تواند به فرمولی برای جریان کانال باز تبدیل شود، اما در عمل، به‌خصوص برای رودخانه‌های طبیعی، فرمول تجربی (Gauckler-Manning-Strickler) بیشتر استفاده می‌شود. این فرمول را Gauckler (۱۸۶۸) و پس از آن به‌طور مستقل Manning (۱۸۸۹) معرفی کرد و Strickler (۱۹۲۳) اثبات نمود. ضریب مانینگ n (معکوس ضریب Strickler k_s) در این فرمول به زبری و هندسه کانال بستگی دارد.

فرمول‌های تجربی برای محاسبه تلفات موضعی به‌عنوان نتیجه جداسازی جریان و آشفتگی مربوطه استفاده می‌شوند. از اواسط قرن بیست و یکم فرمول‌هایی برای انتقال رسوب بارهای معلق و بستر پیشنهاد شده است. Meyer-Peter و Müller (۱۹۴۸) و van Rijn (۱۹۹۳) برای جت‌های ساده و پر (بدون جریان عرضی، بدون طبقه‌بندی محیطی، بدون تعامل با مرزها) فرمول‌های تجربی با کمک آنالیز ابعادی توسعه دادند. Chen و Rodi (۱۹۸۰) و List (۱۹۸۶) فرمول‌های تجربی برای برآورد افزایش ذرات در یک محیط طبقه‌بندی شده ثابت ارائه دادند.

برای جریان ساده معادلات انتگرال یک‌بعدی را می‌توان با تحلیل حل نمود. برای شرایط پیچیده‌تر مدل‌های رایانه‌ای باید مورد استفاده قرار گیرد؛ مانند مدل‌هایی که برای شبکه‌های کانال‌های طبیعی یا کانال‌های ساخته شده ارائه شده است. برنامه HEC-RAS یک مثال کاربردی می‌باشد که مهندسین ارتش ایالات متحده، Davis و کالیفرنیا توسعه دادند. این برنامه که به‌طور گسترده‌ای استفاده می‌شود، با استفاده از رابطه GMS تلفات را تعیین می‌کند. Imberger و Patterson (۱۹۸۱) برنامه دیگری با نام DYRESM برای پیش‌بینی توزیع دما و توزیع شوری در عمق دریاچه‌ها و مخازن ارائه نمودند. در این برنامه معادلات انتگرال یک‌بعدی از طریق روابط تجربی مسائل را حل می‌کنند. مدل‌های انتگرالی نیز در مدل‌های دبی برای محاسبه اختلاط در فواصل (دهانه‌ها) استفاده می‌شود. در سیستم CORMIX که Doneker و Jirka (۱۹۹۱ و ۲۰۰۱) ارائه دادند، برای تعامل با جت‌های خروجی و مرز، روش انتگرال با سایر روش‌های نیمه‌تجربی همراه می‌باشد. برای مخلوط مواد در آب، روابط تجربی بسیاری استفاده می‌شود.

• مدل‌های آشفتگی RANS

فرمول‌های تجربی و مدل‌های انتگرالی که برای بررسی آشفتگی جریان می‌باشند، فقط برای شرایط ساده استفاده می‌شوند و برای هندسه پیچیده مناسب نمی‌باشند. در صورتی که بیش از چند پارامتر تعیین‌کننده جریان و تعاملات پیچیده بین پدیده‌های مختلف جریان وجود دارد، این روش‌ها قابل استفاده نمی‌باشند. لازم به ذکر است این روش‌ها جزئیات توسعه جریان و توزیع کمیت‌های اولیه را مشخص نمی‌کنند. معادلات حاکم بر جریان و تمام جزئیات حرکت آشفته پیچیده شناخته و ارائه شده است. این معادلات که به‌صورت معادلات ناویر-استوکس وابسته به زمان می‌باشد، امروزه برای حل جریان‌های خاص عددی استفاده می‌شود. تا چند دهه پیش که رایانه‌های قدرتمند در دسترس نبود، هیچ امیدی به توانایی حل معادلات ناویر-استوکس وجود نداشت و استفاده از روش‌های آماری مورد توجه قرار می‌گرفت. در این حالت آشفتگی را به‌صورت میانگین در نظر می‌گرفتند و معادلات برای مقادیر متوسط جریان حل می‌شدند. Reynolds (۱۸۹۵) مولفه‌های سرعت لحظه‌ای U_i را به مقادیر سرعت متوسط \bar{U}_i و سرعت نوسانی \bar{u}_i تجزیه نمود. نتایج معادلات حاکم بر سرعت متوسط در معادلات رینولدز، معادلات ناویر-استوکس (RANS) نامیده شده است. معادلات ناویر-استوکس را ASCE (۱۹۸۸) و Rodi (۱۹۸۰ و ۱۹۹۳a) ارائه نمودند. Prandtl (۱۹۲۵) مدل طول اختلاط را معرفی نمود. این مدل ویسکوزیته گردابه‌ای را شرح می‌دهد که یک توصیف تجربی از مقیاس طولی آشفتگی می‌باشد و نمایانگر طول اختلاط است.

متمرکز است که در آن‌ها هدف در نظر گرفتن اثرات مختلف که توسط فرمول‌بندی خطی قابل توصیف نیستند، می‌باشد. نقض فرضیات غیرخطی، دارا بودن تعداد زیادی ضریب و در نتیجه حساس بودن کارایی مدل به واسنجی ضرایب است. در این میان مدل‌های جبری تنش جایگزین مناسبی برای مدل‌های مرتبه دوم و مدل‌های غیرخطی بوده و بدون اضافه نمودن معادلات انتقالی، بسیاری از اصول فیزیکی که توسط مدل‌های مرتبه دوم توصیف می‌شوند را در بر می‌گیرند.

• مدل‌های دو معادله‌ای

به دلیل وجود جریان‌های کاملاً آشفته در واقعیت، استفاده از روش‌های مناسب مدل‌سازی که علاوه بر دارا بودن دقت بالا سرعت حل مناسبی داشته باشد بسیار حائز اهمیت است. از آنجایی که جریان‌های آشفته به شدت تحت تأثیر وجود دیواره‌ها می‌باشند مدل آشفتگی که برای تحلیل عددی به کار گرفته می‌شود باید ضمن سازگاری با فیزیک مسأله و شرایط مرزی از دقت و سرعت همگرایی مناسبی برخوردار باشد. در این تحقیق دقت و سرعت همگرایی مدل‌های آشفتگی یک معادله‌ای (Spalart-Allmaras) و دو معادله‌ای (K- ϵ) در تحلیل عددی جریان مورد بررسی قرار گرفته است. در مدل آشفتگی یک معادله‌ای فقط یک معادله انتقال تعریف می‌شود در صورتی که از مدل‌های آشفتگی دو معادله‌ای استفاده شود دو معادله انتقال مجزا برای K و ϵ در نظر گرفته می‌شود. مدل آشفتگی دو معادله‌ای K- ϵ شامل سه مدل مجزای Standard, RNG^۵ و Realizable می‌باشد. اگرچه سه مدل آشفتگی دو معادله‌ای، فرم کلی یکسانی دارند اما اختلاف اصلی آن‌ها در روش محاسبه ویسکوزیته آشفتگی، محاسبه اعداد پرانتل، ترم‌های تولید و اتلاف در معادله ϵ است. مدل Standard را برای اولین بار Launder و Spalding (۱۹۷۴) با استفاده از توابعی برای اتصال مناطق ویسکوزیته نزدیک دیواره‌ها به کار بردند. تعدادی از نسخه‌ها با اعداد رینولدز کم، توسعه یافتند (Patel و همکاران، ۱۹۸۵)، این نسخه‌ها که گران‌تر هستند برای نسخه استاندارد هیدرولیکی استفاده می‌شوند. نسخه دیگر مدل RNG می‌باشد که Yakot و Orszag (۱۹۸۶) ارائه نمودند. این نسخه بر پایه تئوری نرمال‌سازی مجدد می‌باشد و دارای یک ترم اضافی در معادله ϵ است. مدل RNG در بعضی از جریان‌ها بهتر از نسخه Standard اجرا شده است. در این زمینه، Lyn (۲۰۰۸) بحث و بررسی انجام داده است. نسخه‌های ویژه مدل k- ϵ برای جریان‌های با سطح آزاد و برای جریان‌هایی با اثرات شناوری توسعه یافته است و آن را Rodi (۱۹۸۷) و Rodi (۱۹۹۳b) توصیف نموده است. در بسیاری از آزمایش‌ها و برنامه‌های کاربردی، مدل k- ϵ برای انواع مختلف جریان با موفقیت قابل استفاده است.

با ظهور رایانه‌ها در دهه ۱۹۶۰ و توسعه روش‌های عددی برای حل معادلات، مدل‌ها برای موارد ساده‌تر شامل انواع جریان‌ها که می‌توانند مورد آزمایش قرار گیرند، استفاده شدند. این فعالیت‌ها در درجه اول در مهندسی مکانیک و مهندسی هوافضا صورت گرفت. کنفرانس استنفورد در سال ۱۹۶۸ در مورد لایه‌های مرزی و کنفرانس ناسا (NASA Langley Conference) در سال ۱۹۷۲ در مورد جریان‌های برشی آزاد برگزار شده است. در دهه ۱۹۷۰ و اوایل دهه ۱۹۸۰ پیشرفت‌های بیشتری آغاز شد. مدل‌های قابل اجرا در سال‌های ۱۹۸۰ و ۱۹۸۱ عملکردشان برای طیف گسترده‌ای از جریان‌ها در کنفرانس‌های دانشگاه استنفورد مقایسه شد که المپیک استنفورد نامیده شد (Kline و همکاران، ۱۹۸۱). پس از آن فعالیت‌های تحقیقاتی در این زمینه کاهش یافت و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (LES) توسعه یافت و سپس استفاده از مدل‌های RANS در روش‌های ترکیبی LES/RANS گسترش یافت (Wilcox، ۱۹۹۳ و Durbin و Pettersson، ۲۰۰۶؛ Launder، ۲۰۰۱؛ Sandham و Hanjalic، ۲۰۰۴؛ Leschziner، ۲۰۱۲؛ Launder، ۲۰۱۶).

بهره‌گیری از مزیت‌های دو روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (LES) و میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر-استوکس در تحلیل جریان‌های پیچیده دقت قابل‌توجهی دارد. همچنین از مزایای دیگر آن مانند کاهش حجم محاسبات و امکان افزایش دامنه حل می‌باشد. در اواسط دهه ۱۹۹۰ آزمایش‌های قابل‌توجهی با استفاده از مدل‌های RANS در هیدرولیک انجام شد و Rodi (۱۹۹۵) اثرات میدانی آن را بررسی نمود. پیش از آن کمیته ASCE در سال ۱۹۸۸ مدل‌های متلاطم در هیدرولیک را با استفاده از مدل RANS ارائه و ارزیابی نمود. Burchard (۲۰۰۲) به بررسی مدل‌سازی RANS برای آب دریا پرداخت. Lyn (۲۰۰۸) مطالعه دقیق در زمینه مدل‌سازی آشفتگی در ارتباط با محاسبه انتقال رسوب انجام داد. برخی از مثال‌های ارائه شده در تحقیق حاضر از برنامه‌های کاربردی اخیر و در شرایط نزدیک به واقعیت می‌باشد.

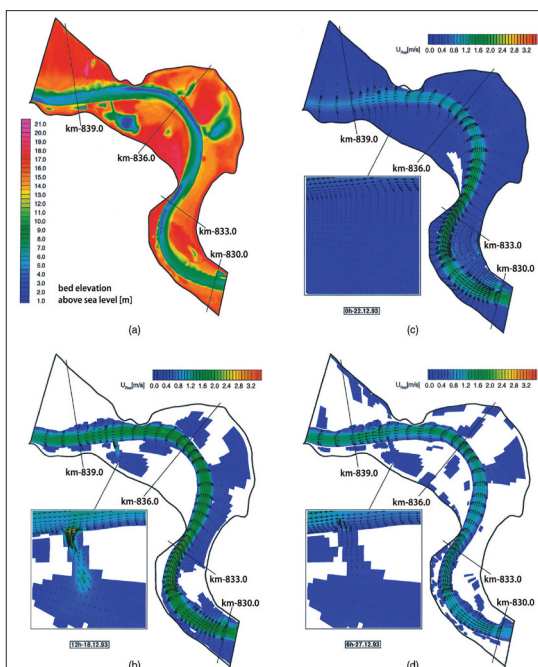
• مدل‌های RANS و استفاده آن در هیدرولیک

شبیه‌سازی عددی جریان‌های آشفته بر مبنای میانگین‌گیری رینولدز یا RANS بیشترین کاربرد را در علم هیدرولیک دارد. برخلاف توانایی ذاتی برای در نظر گرفتن فیزیک جریان، مدل‌های مرتبه دوم که به‌عنوان راه‌حلی بهینه بین مدل‌های استاندارد اما ناقص مانند مدل K- ϵ و روش‌های حل مستقیم مانند DNS و LES شناخته می‌شوند که در سال‌های اخیر توجه اندکی را به خود جلب نموده‌اند. پیچیدگی این مدل‌ها به دلیل تعداد معادلاتی که نیاز به حل دارند کاربرد عملی آن‌ها را کاهش داده است. تلاش‌های اخیر برای بهبود این مدل‌ها بر روی مدل‌های غیرخطی و مدل‌های جبری تنش

مثال‌های کاربردی

طی چهار دهه گذشته بسیاری از محاسبات جریان هیدرولیکی با استفاده از مدل‌های RANS انجام، منتشر و برای حل مسائل مهندسی ارائه شده است. در ادامه چند مثال کاربردی که در شرایط واقعی می‌باشد، ارائه گردیده است.

مثال اول مربوط به جریان رودخانه در حالت سیلابی در سال ۱۹۹۳ با استفاده از محاسبات دوبعدی و مدل $k-\epsilon$ در عمق متوسط می‌باشد. شرایط سیلابی رودخانه Vynen-Rees توسط Minh Duc (۱۹۹۸) با استفاده از توپوگرافی و توزیع دبی شبیه‌سازی شد و سطح آب در نقاط کنترل به‌عنوان ورودی در نظر گرفته شده است. ضرایب زبری مختلف برای بستر رودخانه و دشت‌های سیلابی تعیین شدند. شرایط غیرسیلابی توسط مقایسه پروفیل‌های سرعت با اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی در موسسه مهندسی و آب‌رسانی فدرال آلمان (BAW)^۵ انجام شد. شکل (۵) توپوگرافی و سرعت در عمق متوسط را در مناطق سیلابی، در حالت اوج، افزایش و کاهش سیلاب نشان می‌دهد. شکل (۶) برای مناطق اطراف کشتی در واژگونی کشتی و حذف سرعت قائم پیش‌بینی شده که اثر مهمی روی پایداری کشتی دارد و رابطه‌ای برای بررسی حادثه می‌باشد ارائه شده است.

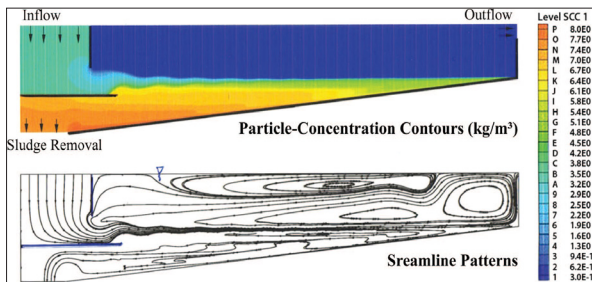


شکل ۵- محاسبات سرعت میانگین عمق سیلاب رودخانه Rhine در نزدیکی Vynen-Rees
 (a)-bed topography, (b)-rising, (c)-peak, (d)-falling (Minh Duc, ۱۹۹۸)

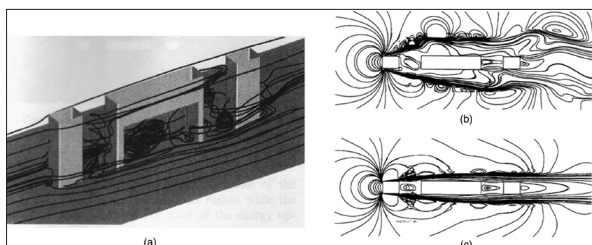
اما در شرایط خاص، این مدل نتایج مطلوبی را ارائه نمی‌دهد. Casey و Wintergerste (۲۰۰۰) خلاصه‌ای از ضعف مدل $k-\epsilon$ را در بهترین دستورالعمل ارائه نمودند. یک مشکل در اعداد رینولدز کم، برای اختلاط در نزدیکی دیواره این است که شامل توابع مختلط خاصی نزدیک به جداره است و راه‌حل عددی را مختل می‌کند. این اشکال و ضعف در لایه‌های مرزی با گرادیان فشار معکوس باعث جداسازی دیرهنگام می‌شود. استفاده از مدل $k-\omega$ در سال‌های اخیر افزایش یافته است و در آن به‌جای معادله ϵ ، از معادله $\omega = K^{1/2}/L$ برای فرکانس آشفتگی استفاده می‌شود. برای تعیین مقیاس طولی L ، Wilcox (۱۹۹۳) این مدل را مطرح نمود که نیاز به توابع نزدیک دیواره‌ها داشت و در جریان‌هایی با گرادیان فشار معکوس بهتر اجرا می‌شد. به دلیل حساس بودن بیش‌ازحد به شرایط مرزی برای ω در مرزهای جریان آزاد، Menter (۱۹۹۴) دو مدل $k-\omega$ و $k-\epsilon$ را با هم ترکیب کرد؛ به طوری که مدل $k-\omega$ نزدیک به جداره یا دیواره فعال است و مدل $k-\epsilon$ به دور از دیواره‌ها فعال می‌باشد.

• روش URANS

یکی از روش‌هایی که با هدف رسیدن به حالت بهینه به‌وجود آمده است و امروزه استفاده از آن در حال گسترش است روش ترکیبی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ/میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر-استوکس است. در این روش از شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ و روش میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر-استوکس در کنار یکدیگر استفاده می‌شود. با این وجود دو روش مذکور اختلاف‌های اساسی با یکدیگر دارند. روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ بر مبنای فیلترگیری مکانی و جدا نمودن مقیاس‌های بزرگ حل شونده از مقیاس‌های کوچک مدل شونده به‌وجود آمده است ولی اساس روش میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر-استوکس بر مبنای میانگین‌گیری زمانی و استفاده از کمیت‌های متوسط است. روش ترکیبی به شاخه‌های مختلفی تقسیم می‌شود. در بعضی از موارد از روش میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر-استوکس در نزدیک دیواره و در لایه‌مرزی که جریان از قانون عمومی^۶ تبعیت می‌کند استفاده می‌شود و در سایر مناطق که تحت تأثیر مشخصات جریان است به‌وسیله روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ پیش‌بینی می‌شود. نمونه شناخته‌شده در این زمینه روش شبیه‌سازی گردابه‌های جدا شده^۷ است. یک نوع دیگر روش ترکیبی است که دو ناحیه‌ای می‌باشد. در این مورد لزوماً از روش میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر-استوکس در نزدیک دیواره استفاده نمی‌شود بلکه با توجه به شرایط مسأله، ناحیه‌ای از جریان به‌وسیله این روش پیش‌بینی می‌شود. متناسب با محل رخ‌دادن پیچیدگی‌های جریان در منطقه یا ناحیه، نتایج از لحاظ دقت اهمیت بیشتری دارد و نواحی بین این دو روش تقسیم می‌شود.



شکل ۸- محاسبه غلظت ذرات در جریان‌های ثانویه (Lakehal) و همکاران، (۱۹۹۹)



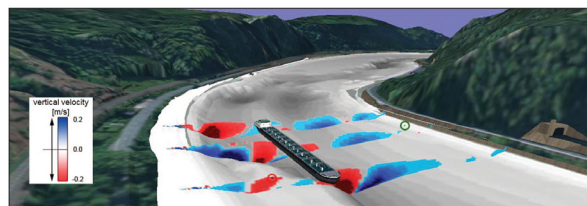
شکل ۹- محاسبه جریان URANS در پایه‌های نصب‌شده در کف (a) اثر جریان سه‌بعدی لحظه‌ای، (b) کانتور سرعت لحظه‌ای، (c) کانتور سرعت متوسط زمانی

آخرین مثال در رابطه با مدل‌های RANS می‌باشد که می‌تواند در حالت غیرماندگار (unsteady) کار کنند و موقعیت‌های غیرماندگار در مقیاس بزرگ را شبیه‌سازی کنند. Paik و همکاران (۲۰۰۴) شبیه‌سازی سه‌بعدی URANS را با مدل k-ε استاندارد اجرا نمودند.

• شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS)

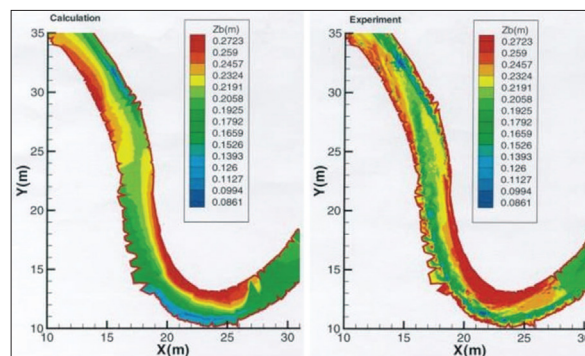
همان‌طور که در ابتدای بخش RANS اشاره شد، تابع اصلی زمانی معادلات سه‌بعدی ناویر-استوکس، حرکت نوسانی آشفته با تمام جزئیات را کنترل می‌نماید. با این حال قابلیت جوابگویی به یک راه‌حل تحلیلی دارند و تنها به صورت عددی می‌توانند حل شوند. در اوایل دهه ۱۹۷۰ قدرت رایانه‌ها به اندازه کافی بود و روش‌های عددی به اندازه کافی توسعه یافتند. همچنین راه‌حلهایی را برای بسیاری از مسائل پیدا کردند. این آغاز عصر شبیه‌سازی عددی مستقیم بود. در این روش معادلات ناویر-استوکس بدون هیچ پیش‌فرض مدلی حل می‌شوند. به این ترتیب لازم است تمام مقیاس‌های حرکت آشفته از مقیاس‌های بزرگ حاوی انرژی به کوچکترین مقیاس‌هایی که محل اتلاف انرژی است، تعیین شود. در شکل (۱۰) نمایی از گردابه‌ها در پیچ تند نزدیک دیواره با لایه مرزی مسطح با استفاده از شبیه‌سازی عددی مستقیم نشان داده شده است. در شکل (۱۱) شبیه‌سازی عددی مستقیم جریان‌های لحظه‌ای در سطح جریان کانال‌های باز ارائه شده است.

مثال بعدی مربوط به جریان و انتقال رسوب در رودخانه عظیم Elbe می‌باشد که شامل مرزهای غرب و شرق آلمان است و BAW وظیفه بهبود شرایط را بر عهده داشته است. BAW اندازه‌گیری‌های مختلف پشتیبانی می‌شد، انجام دادند. منطقه مورد مطالعه شامل یک خمیدگی تیز می‌باشد و محاسبات منطقه به دلیل هندسه پیچیده بسیار چالش‌برانگیز بود. نتایج شبیه‌سازی سه‌بعدی وضعیت دبی جزر و مدی توسط BAW در یک مدل آزمایشگاهی بررسی شد و با استفاده از مدل ترکیبی جریان k-ε و مدل انتقال رسوب توسط Wu و همکاران (۲۰۰۰) توسعه یافت.



شکل ۶- محاسبه سرعت عمودی در رودخانه Rhine در حادثه واژگونی کشتی (Wenka و همکاران، ۲۰۱۶)

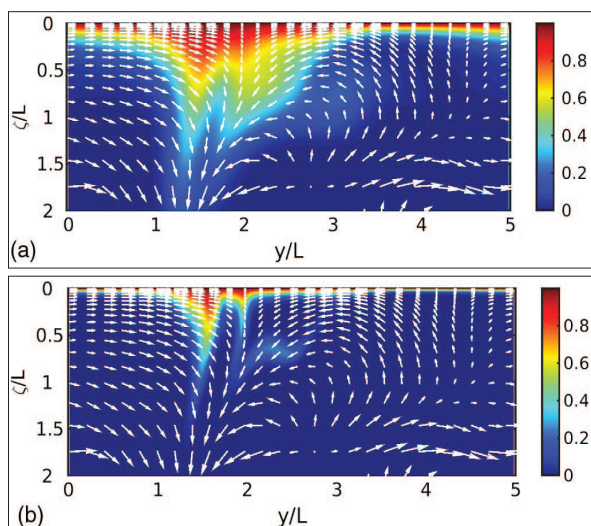
شبیه‌سازی‌ها و آزمایش‌ها از یک بستر متحرک مسطح شروع شد و تا زمانی که تعادل کامل پیدا کرد، تکامل یافت. پیش‌بینی و اندازه‌گیری مورفولوژی بستر در شکل (۷) مقایسه شده است.



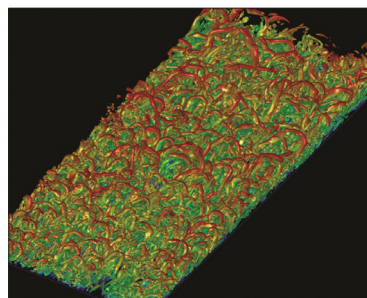
شکل ۷- مقایسه اندازه‌گیری آزمایشگاهی و محاسباتی مورفولوژی بستر رودخانه Elbe (Fang, ۲۰۰۰)

توزیع غلظت لای در شکل (۸) ارائه شده است که به طور واضح پوشش لای در پایین و بالای مخزن را نشان می‌دهد. جریان پیچیده در مخزن با مناطق مدور متفاوت و با طبقه‌بندی پایداری از آن در شکل (۸) نشان داده شده است. محاسبات مشابه امروزه برای طراحی سیستم‌های تصفیه هرزاب توسعه یافته است. در شکل (۹) جریان URANS در پایه‌های نصب‌شده کف در سه موقعیت مختلف ارائه شده است.

در شکل (۱۲) شبیه‌سازی عددی مستقیم انتقال اسکالر در سطح آزاد، خطوط جمع‌شدگی اسکالر لحظه‌ای و میدان سرعت در نزدیکی سطح نشان داده شده است.



شکل ۱۲- شبیه‌سازی عددی مستقیم انتقال اسکالر در سطح آزاد، خطوط جمع‌شدگی اسکالر لحظه‌ای و میدان سرعت در نزدیکی سطح (Wissink و Herlina، ۲۰۱۴)



شکل ۱۰- نمایی از گردابه‌ها در پیچ تند نزدیک دیواره با لایه مرزی مسطح با استفاده از DNS (Moing و Wu، ۲۰۰۹)



شکل ۱۱- DNS جریان‌های لحظه‌ای در سطح جریان کانال‌های باز (Banerjee و Pan، ۱۹۹۵)

روش‌های عددی انعطاف‌پذیر و کارآمد محاسبات موقعیت‌های بیشتر، پیچیده‌تر و حوضه‌های بزرگتری را امکان‌پذیر می‌سازد. روش‌های RANS برای سال‌های زیادی به‌عنوان محرک اصلی عملیات جریان هیدرولیکی ادامه خواهد یافت. محاسبات با این روش‌ها قابل انجام است و مدل‌های پیشرفته‌تر در دسترس هستند اما در هیدرولیک محبوبیت نداشته و تحقیقات زیادی در این زمینه انجام نشده است. در صورتی که آشفتگی در جریان نقش مهمی ایفا کند و بی‌نظمی زیادی را نشان دهد از مدل‌های RANS استفاده می‌شود. در این شرایط روش‌هایی برای حل لزجت گردابه‌ای به‌وضوح لازم می‌باشد و نیازمند تلاش محاسباتی بیشتری است که از دهه ۱۹۸۰ استفاده گسترده‌تری از آن صورت پذیرفته است. DNS یک روش بسیار قدرتمند است و به یک ابزار تحقیق مهم تبدیل شده است. همچنین امکان مطالعه تمام جزئیات آشفتگی را دارد. رشد مداوم توان محاسباتی منجر به شبیه‌سازی جریان‌هایی با عدد رینولدز بالاتر و پدیده‌های پیچیده‌تر مانند جریان‌های دوفازی، تعامل جریان ذرات و ... می‌شود. با این حال تلاش محاسباتی موردنیاز DNS بسیار زیاد است به طوری که این روش برای محاسبات عملی در آینده قابل پیش‌بینی مناسب نیست. روش LES به‌طور قابل‌توجهی ارزان‌تر است زیرا تنها مقیاس‌های بزرگتر از اندازه شبکه به‌وسیله آن حل می‌شود، لازم به ذکر است که این روش در دهه‌های

جمع‌بندی

در این تحقیق روش‌های محاسبه آشفتگی و اثرات آن از دیدگاه تاریخی موردبررسی قرار گرفت. مشخص شد که اولین روش‌های محاسبه آشفتگی روش‌های تجربی بودند که مورد استفاده قرار گرفتند. این روش‌ها هنوز هم برای حل مسائل ساده و برای ارائه تخمین‌های اولیه مفید هستند. همچنین با بررسی روش‌های مختلف در حل مسائل آشفتگی جریان عنوان شد که روش‌های تحلیل یک‌بعدی طیف وسیعی از کاربرد دارند. روش‌های میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر-استوکس یک ابزار بسیار قدرتمند است که با ظهور رایانه به‌کار گرفته شدند. این روش برای ارائه اثرات آشفتگی از طریق یک مدل آشفتگی آماری استفاده می‌شود که به بررسی دقیق جریان و فرآیندهای مربوطه، محاسبات برای هندسه‌های دلخواه و موقعیت‌هایی با مرزهای نامنظم و پیچیده می‌پردازد. این روش‌ها می‌توانند با تعامل رژیم‌های مختلف جریان و پدیده‌های مختلف فیزیکی مواجه شوند. با گسترش رایانه‌ها روش‌های RANS بیشتر مورد استفاده قرار گرفت و در حال حاضر به‌طور معمول در عملیات مهندسی هیدرولیک استفاده می‌شود. مدل‌های RANS که به‌صورت مختصر در این مقاله تعریف شد، به‌صورت کدهای تجاری ارائه شده است. افزایش مداوم قدرت رایانه‌ها همراه با توسعه

- 1- Darcy-Weisbach
- 2- Direct Numerical Simulation
- 3- Large Eddy Simulation
- 4- Reynolds Average Navier-Stocks
- 5- Renormalized Group
- 6- Universal Law
- 7- Detached Eddy Simulation (DES)
- 8- Bundesanstalt für Wasserbau – German (BAW)

stitut für Hydromechanik, Universität Karlsruhe, Karlsruhe, Germany. 763.

- Fröhlich J. 2006. Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen. Teubner, Wiesbaden.
- Gauckler P. 1868. On the movement of water in pipes. *Ann. Ponts Chaussées*, 38(1): 229–281.
- Hanjalic K. and Launder B.E. 2012. Modelling turbulence in engineering and the environment. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- Herlina H. and Wissink J.G. 2014. Direct numerical simulations of turbulent scalar transport across a flat surface. *J. Fluid Mech*, 744: 217–249.
- Imberger J. and Patterson C. 1981. A dynamic reservoir simulation model: DYRESM: 5. Transport models for inland and coastal waters, H.B. Fischer, ed, Academic Press, Cambridge, MA.
- Kline S.J., Morkovin M.V., Sovran G. and Cockrell D.D. 1969. Proc. Computation of Turbulent Boundary Layers–1968 AFOSR-IFPStanford Conf, Thermosciences Div, Dept. of Mechanical Engineering, Stanford Univ, Stanford, CA.
- Kline S.J., Cantwell B.J. and Lilley G.M. 1981. Proc. 1980-81 AFOSR-HTTM-Stanford Conf. on Complex Turbulent Flows: Comparison of Computations and Experiment, Thermosciences Div, Dept. of Mechanical Engineering, Stanford Univ, Stanford, CA.
- Lakehal D., Krebs P., Krijgsman J. and Rodi W. 1999. Computing shear flow and sludge blanket in secondary clarifiers. *J. Hydraul. Eng*, 125(3): 253–262.

گذشته پیشرفت کرده است. همچنین استفاده از روش ترکیبی LES/RANS برای اعتبارسنجی و تکمیل محاسبات لازم می‌باشد. ذکر این نکته ضروری است که حتی اگر روش‌های پیشرفته محاسباتی دارای پتانسیل بسیار بالایی باشند، مطالعات تجربی همچنان نقش مهمی در هیدرولیک برای اعتبارسنجی و تکمیل محاسبات دارند. پیشرفت در شبیه‌سازی جریان آشفته و کاربرد آن در موقعیت‌هایی با هندسه پیچیده به‌شدت بر پیشرفت‌های قابل‌توجه در روش‌های عددی متکی می‌باشد. رویکردهای عددی جدید، در حال توسعه و پیشرفت هستند، که یکی از آن‌ها در هیدرولیک یعنی روش هیدرودینامیکی ذرات صاف (SPH) رایج است که تاکنون برای جریان‌های آشفته استفاده نشده است.

- ASCE. 1988. Turbulence modeling of surface water flow and transport. Parts I–V, *J. Hydraul. Eng.*
- Boussinesq J. 1877. Essai sur la théorie des eaux courantes. Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences, Paris.
- Burchard H. 2002. Applied turbulence modelling in marine waters. lecture notes in earth sciences 100, Springer, Berlin.
- Casey M. and Wintergerste. T. 2000. Best practice guidelines. ERCOFTAC Publication.
- Chen C.J. and Rodi W. 1980. Vertical turbulent buoyant jets: A review of experimental data. Pergamon Press, Oxford, U.K.
- Doneker R.L. and Jirka G.H. 1991. Expert system for mixing-zone analysis and design of pollutant discharges. *J. Water Res. Plann. Manage*, 117(6): 679–697.
- Doneker R.L. and Jirka G.H. 2001. CORMIX-GT system for mixing zone analysis of brine water disposal. *Desalination*, 139(1–3): 263–274.
- Durbin P. and Petterson-Reif B.A. 2001. Statistical theory and modelling for turbulent flows. Wiley, Hoboken, NJ.
- Elder J.W. 1959. The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. *J. Fluid Mech*, 5(4): 544–560.
- Fang H.W. 2000. Three-dimensional calculations of flow and bed-load transport in the Elbe River. In-

- Paik J., Ge L. and Sotiropoulos F. 2004. Toward the simulation of complex 3D shear flows using unsteady statistical turbulence models. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 25(3): 513–527.
- Pan Y. and Banerjee S. 1995. A numerical study of free-surface turbulence in open channel flow. *Phys. Fluids*, 7(7): 1649–1664.
- Patel V.C., Rodi W. and Scheuerer G. 1985. Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows. *AIAA J.*, 23(9): 1308–1319.
- Prandtl L. 1925. Über die ausgebildete Turbulenz. *Z. Angew. Math. Mech*, 5: 136–139.
- Reynolds O. 1895. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philos. Trans. R. Soc*, 186: 123–164.
- Rodi W. 1980. Turbulence models and their application in hydraulics: A state of the art review, IAHR monograph, 1st Ed, A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands.
- Rodi W. 1987. Examples of calculation methods for flow and mixing in stratified fluids. *J. Geophys. Res*, 92(C5): 5305–5328.
- Rodi W. 1993a. Elements of the theory of turbulence.” Coastal, estuarial and harbour engineers’ reference book, M. B. Abbott and W. A. Price, eds, Chapman and Hall, London.
- Rodi W. 1993b. Turbulence models and their application in hydraulics: A state of the art review, IAHR monograph, 3rd Ed, A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands.
- Rodi W. 1995. Impact of Reynolds-average modeling in hydraulics. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 451(1941): 141–164.
- Rouse H. 1946. Elementary mechanics of fluids, Wiley, Hoboken, NJ.
- Strickler A. 1923. Contributions to the question of velocity formula and the roughness numbers for rivers, channels and pipes. *Mitteilung 16*, C. Mutzner, ed, Amt für Wasserwirtschaft, Bern, Switzerland (in German).
- Van Rijn L. 1993. Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas, Aqua Publications, Blokzijl, Netherlands.
- Launder B.E. and Spalding D.B. 1974. The numerical computation of turbulent flow. *Comput. Methods. Appl. Mech. Eng.* 3(2): 269–289.
- Launder B.E. and Rodi W. 1983. The turbulent wall jet: Measurements and modelling. *Annu. Rev. Fluid Mech*, 15(1): 429–459.
- Launder B.E. and Sandham N.D. eds. 2004. Closure strategies for turbulent and transitional flows. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- Leschziner M. 2016. Statistical turbulence modelling for fluid mechanics: Demystified. Imperial College Press, London.
- List E.J. 1986. Mechanics of turbulent buoyant jets and plumes. *Turbulent buoyant jets and plumes*, W. Rodi, ed, Pergamon Press, Oxford, U.K.
- Lyn D.A. 2008. Turbulence models for sediment transport engineering. *Sediment engineering*, M. H. Garcia, ed, ASCE, Reston, VA.
- Manning R. 1889. On the flow of water in open channels and pipes. *Trans. Inst. Civ. Eng*, 20: 161–207.
- Mellor G.L. and Yamada T. 1982. Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems. *Rev. Geophys*, 20(4): 851–875.
- Menter F.R. 1994. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications. *J. AIAA*, 32(8): 1598–1605.
- Menter F.R. and Egorov Y. 2010. The scale adaptive simulation method for unsteady flow predictions. Part I: Theory and model descriptions. *Flow Turbul. Combust*, 85(1): 113–138.
- Meyer-Peter E. and Müller R. 1948. Formulas for bed-load transport. Association of Hydraulic Research, 2nd Meeting, IAHR, Delft, Netherlands.
- Minh Duc B. 1998. Berechnung der Strömung und des Sedimenttransports in Flüssen mit einem tiefengemittelten numerischen Verfahren. Ph.D. thesis, Univ. of Karlsruhe, Karlsruhe, Germany.
- Moody L.F. 1944. Friction factors for pipe flow. *Trans. ASME*, 66(8): 671–684.
- Nadaoka K. and Yagi H. 1998. Shallow-water turbulence modeling and horizontal large-eddy computation of river flow. *J. Hydraul. Eng*, 124(5): 493–500.

- Ed., DCW Industries, La Canada, CA.
- Wu W.M., Rodi W. and Wenka T. 2000. 3D numerical modeling of flow and sediment transport in open channels. *J. Hydraul. Eng*, 126(1): 4–15.
- Wu X. and Moin P. 2009. Forest of hairpins in a low-Reynolds number zero-pressure-gradient flat-plate boundary layer. *Phys. Fluids*, 21(9).
- Yakot V. and Orszag S.A. 1986. Renormalization-group analysis of turbulence. *Phys. Rev. Lett*, 57(14): 1722–1724.
- Wallin S. and Johansson A.V. 2000. An explicit algebraic Reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows. *J. Fluid Mech*, 403: 89–132.
- Wenka T., Brudy-Zippelius T. and Schmidt A. 2016. 2D and 3D modelling in German inland waterways. *Advances in hydroinformatics*, P. Goursbesville, et al., eds., Springer, Singapore.
- Wilcox D.C. 1993. *Turbulence modeling for CFD*, 1st Ed., DCW Industries, La Canada, CA.
- Wilcox D.C. 2006. *Turbulence modeling for CFD*, 3rd